Ludger Kotthoff

EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG ZUR FÖRDERUNG DER GRUNDLAGEN ZUM ZAHL– UND MENGENBEGRIFF BEI KINDERGARTENKINDERN

Ein Vergleich zweier Förderungsprogramme

1974

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547217_0007

Psychologie

Empirische Untersuchung zur Förderung der Grundlagen zum Zahl- und Mengenbegriff bei Kindergartenkindern

Ein Vergleich zweier Förderungsprogramme

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der
P h i l o s o p h i s c h e n F a k u l t ä t
der
Westfälischen Wilhelms-Universität zu
Münster (Westf.)

vorgelegt von
Ludger Kotthoff
aus Dorlar
1973

Tag der mündlichen Prüfung: 11.2.1974
Dekan: Prof. Dr. Budde
Referent: Prof. Dr. Metzger
Korreferent: Prof. Dr. Witte

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Gliederung

Seite

Einleitung 1

1. Teil: Theoretische Überlegungen

A. Die mathematischen Grundlagen des Zahlbegriffs 3

B. Begriffsbildung 16

1. Begriffsbildung und Spracherwerb 19

2. Experimentelle Untersuchungen zur Begriffsbildung 21

3. Begriffsbildung in genetischen Untersuchungen 24

4. Beeinflussung der Begriffsbildung durch Lernprozesse 30

C. Die Entwicklung des Zahlbegriffs 38

1. Vorzahliges Mengenerleben 39

2. Klassifikation 43

3. Gliederungsfähigkeit 66

4. Invarianz von Mengen 74

5. Seriation 116

2. Teil: Ableitung und Charakterisierung der Förderprogramme

D. Charakterisierung des Piaget-Programms 124

1. Kombination der zum Zahlbegriff erforderlichen Grundfähigkeiten 127

2. Aufbau des Piaget-Programms 129

3. Gestaltung des Piaget-Programms 137

E. Charakterisierung des Dienes-Programms 144

1. Das mengentheoretische Konzept von Dienes 144

2. Aufbau des Dienes-Programms 152

3. Teil: Empirische Untersuchung zur Förderung der Grundlagen zum Zahlbegriff

F. Fragestellung 156

G. Methode 159

Einleitung

In den letzten Jahren haben die entwicklungs-, intelligenz- und lernpsychologischen Befunde der Kleinkindforschung zu einer Umorientierung in der Bewertung der verschiedenen Abschnitte des menschlichen Lebenslaufes geführt. Eine Reihe von Ergebnissen der experimentellen Entwicklungspsychologie legen die Vermutung nahe, daß ein Mangel an Anregungsbedingungen und damit an Lernmöglichkeiten in der frühen Kindheit zu Beeinträchtigungen in der kognitiven und emotionalen Entwicklung des Kindes führen kann. Daraus resultiert ein gewisser pädagogischer Optimismus, Kindern im Vorschulalter grundlegende Erfahrungen zu vermitteln und Lernprozesse anzuregen, die eine breite Basis für das schulische Lernen sein können. Notwendige Voraussetzung für die pädagogischen Bemühungen ist allerdings, daß die besondere psychische Organisation des Kindes berücksichtigt wird und die Lernanregungen die kognitive Struktur des Kindes beachten.

In unserer experimentellen Untersuchung geht es um die Frage, wie in einer Kindergartengruppe durchschnittlich begabter 5-jähriger Kinder aus normalen Kindergärten Hilfen beim Aufbau eines operatorischen Zahlbegriffs gegeben werden können, und ob diese Hilfen zu einem meßbaren Erfolg im Vergleich zu einer Kontrollgruppe führen die diese Hilfen nicht erhält. Es werden zwei Übungsprogramme verglichen, die darauf abzielen, Grundfähigkeiten zum Erwerb des Zahl- und Mengenbegriffs aufzubauen und schlußfolgerndes oder strukturelles Denken im visuellen Bereich zu fördern.

Das erste vom Verfasser zusammengestellte Übungsprogramm schließt sich vorwiegend an Aufgaben und Anregungen von Wittmann und Piaget an. Das zweite ist ein von Neunzig dem Vorschulniveau angepaßtes mengentheoretisches Konzept, das von Dienes und der Arbeit mit den sog. Logischen Blöcken ausgeht.

In der einschlägigen Literatur findet man unter dem Begriff der Zahl die unterschiedlichsten Analysen und Betrachtungsweisen. Die Philosophie und die Logik fragen nach dem Wesen und dem Sein der Zahl.

Der Mathematiker stellt die Frage nach den Grundstrukturen des Zahlbegriffs. Er analysiert die vorzahligen Begriffe und ihre logische Ableitung.
In der Entwicklungspsychologie wird die Genese des Zahlbegriffs und der vorzahligen Begriffe zum einen in der natürlichen Entwicklung und zum anderen im Hinblick auf eine systematische Förderung und Beeinflussung untersucht.

Bei unseren theoretischen Überlegungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs lassen wir den philosophischen Aspekt unberücksichtigt und befassen uns

1. mit den mathematischen und logischen Grundlagen des Zahlbegriffs,
2. mit der Entwicklung der Begriffsbildung beim Kinde allgemein,
3. mit der Entwicklung des Zahlbegriffs und seiner Grundlagen,
4. mit den Möglichkeiten und Bedingungen einer systematischen Förderung der Grundlagen des Zahlbegriffs.

1. Teil: Theoretische Überlegungen

A. Die mathematischen Grundlagen des Zahlbegriffs

Über die Entwicklung des Zahlbegriffs und die Grundlagen des Erstrechenunterrichts sind in der didaktischen und methodischen Literatur zum Rechenunterricht die unterschiedlichsten Meinungen vertreten worden (vgl. Laux, 1969a, S. 36 ff; Breidenbach, 1963, S. 310 ff). "Was an Zahlbegriffsdefinitionen angeboten wird, übersteigt" nach Laux (1969a), "das Maß des Faßbaren. Die Zahl ist zugleich ein Begriff, Vielheit und Einheit, eine diskrete Größe, das Maß aller Größen, ein Punkt in der Zahlreihe und Zahlstrecke, ein Attribut, das sich auf den Umfang eines Begriffs bezieht"..... usw. (S. 39 ff). Besonders heftig wurde der Streit um die Grundlagen des Zahlbegriffs und die Methodik des Erstrechenunterrichtes zwischen den Anschauungs- und Zählmethodikern ausgetragen (vgl. Fettweis, 1958, S. 138ff; Odenbach, 1964, S. 8ff; Breidenbach, 1963, S. 314ff).

Die Anschauungsmethodiker waren der Meinung, daß der Zahlbegriff durch Abstraktion aus der Anschauung entstehe. Sie bauten ihre Rechenmethode auf der Fähigkeit auf, räumlich gestaltete Mengen simultan zu erfassen. Die Zählmethodiker gingen dagegen von der Vorstellung aus, daß der Zahlbegriff auf dem geistigen Akt des Abzählens von Dingen, die nach- und nebeneinander in einer Reihe geordnet sind, gebildet werde.

Dieser Methodenstreit ist auf die Doppelnatur der Zahl als Grund- oder Kardinalzahl auf der einen Seite und der Ordnungs- oder Ordinalzahl auf der anderen Seite zurückzuführen.

Nach anschauungstheoretischer Auffassung ist die Kardinalzahl der primäre Zahlbegriff, aus der die Ordnungszahl abgeleitet werden kann. Dagegen sehen die Abzähltheoretiker die Ordnungszahl als grundlegenden Begriff an, auf dem die Kardinalzahl aufgebaut werden kann. Theoretisch kann man nach Breidenbach (1963, S. 65) grundsätzlich beide Wege beschreiten. Der moderne mathematische Anfangsunterricht, unter dem man in neuester Zeit den mengentheoretischen Unterricht versteht (Picker 1969), betont, daß weder der Ausgang von der Kardinalzahl noch der von der Ordinalzahl allein ausreichend ist. Vielmehr müssen Kardinal- und Ordinalzahl im Umterricht gleichzeitig erfaßt werden. Welches sind aber nun die vorzahligen Begriffe und Strukturen, auf die beide Zahlbegriffe zurückgeführt werden können?

In der Ablehnung der berühmt gewordenen These Kronecker's (1886): "Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk" (zit. in Meschkowski, 1972, S. 21) sind sich die Didaktiker des mengentheoretischen (Dienes/Golding 1970 ; Fettweis/Schlechtweg, 1972; Neunzig/Sorger, 1970 u.a.) und des ganzheitlichen Rechenunterricht (Wittmann, 1952, 1967; Karaschewski, 1969, Bärmann 1968; Dick, 1971) bei aller Verschiedenheit des Ansatzes einig. Meschkowski sagt, in Anspielung auf Kronecker's These, "daß der 'liebe Gott' eigentlich doch gar keine Zahlen, sondern Mengen von Dingen gemacht hat .... Vor der Zahl sind die Mengen da, deren Elemente man zählen kann" (S. 22). A ersten vorzahligen Begriff kann man den Begriff der Menge ansehen.

Der Begriff der Menge geht auf den logischen Begriff der Klasse zurück. Darunter sind Gegenstände zu verstehen, die gemeinsame Merkmale aufweisen und sich dadurch begrifflich gegen andere als Einheit abgrenzen lassen. Bei der Klassifikation, die zur Bildung von Klassen führt, werden Gegenstände auf ihre Eigenschaften oder Eigenschaftskombinationen hin untersucht und Objekte mit gleichen oder ähnlichen Eigenschaften in einer Klasse vereinigt.

Zwischen Gegenständen, die im Wahrnehmungsfeld vorhanden sind, werden also Beziehungen aufgrund des Vorhandenseins bestimmter Merkmale in jedem Einzelelement (z. B. die Farbe Gelb) hergestellt. Dabei ist es gleichgültig, "ob die Gegenstände, die untereinander in Beziehung gesetzt werden und auf diese Weise eine Klasse bilden, einander nahe oder fern sind; ob sie im Raum von den Gegenständen getrennt sind, die die Qualität p (die Farbe Gelb) nicht besitzen oder mit ihnen vermengt auftreten; ob sie unbeweglich oder in Bewegung sind, u.ä.m." (Petter, 1966, S. 192).

Ist nun der Begriff der Klasse mit dem Begriff der Menge identisch? Der Begriff der Menge wird üblicherweise mit Cantor, dem Begründer der Mengenlehre, definiert als "eine Zusammenfassung von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen" (zit. in Breidenbach 1963, S. 66). Damit genügt jede Zusammenfassung von Elementen, gleichgültig ob sie realer oder gedanklicher Art, gleichartig oder ungleichartig sind, der Definition des Begriffs.

Zur Definition des Klassenbegriffs gehört, daß immer nur in irgendeinem Merkmal gleichartige oder ähnliche Objekte zusammengefaßt werden. Eine Menge kann dagegen aus völlig verschiedenen Elementen bestehen. Zum Beispiel ist die Vereinigung von "einem Bleistift, einem Wellensittich und einem Wort" keine Klasse, aber durchaus eine Menge. Sind die zu einer Menge vereinigten Gegenstände gleichartig, so ist die angemessene Mengendarstellung das "Aussondern und Zusammenfassen ... zu einem Mengenbild" (Ziegler, 1971, S. 55), sind die Gegenstände dagegen verschiedenartig, so müssen sie durch die "aufzählende Mengenschreibweise" (Ziegler, 1971, S. 59) einzeln angeführt werden. Die Klasse ist ein logisches Gebilde, die Menge ein mathematisches. Die Klassifikation dient der Einordnung von Begriffen und Denkinhalten in ein hierarchisches System, die Mengenbildung dagegen der Anzahlerfassung und dem Aufbau mathematischer Strukturen durch Verknüpfungsregeln. Man kann also den Begriff der Klasse nicht ohne weiteres gleich dem der Menge setzen, jedoch kann die gleiche nach einer gemeinsamen Eigenschaft ausgesonderte und zusammengefaßte Gruppe von Gegenständen unter logischem Gesichtspunkt eine Klasse und unter quantitativem Gesichtspunkt eine Menge darstellen. Es ist also durchaus gerechtfertigt, von der Klassifikation als einer Operation zu sprechen, die auch zur Mengenbildung führt.

Für den Erwerb des Kardinalzahlbegriffs ist der Prozeß der paarweisen Zuordnung von großer Bedeutung. Eine erste Menge wird mit einer zweiten Menge verglichen, indem jedem Element der einen Menge genau eines der anderen Menge zugeordnet wird. "Es wird also eine Eindeutigkeit in beiden Richtungen verlangt, weshalb man diese Beziehung auch als ein-eindeutig oder umkehrbar-eindeutig bezeichnet" (Fricke, 1961, S. 46).

Die ein-eindeutige Zuordnung besteht z. B., wenn der Wirt für jedes getrunkene Glas Bier dem Gast einen Strich auf den Deckel zeichnet oder wenn das Kind beim Tischdecken zu jedem Teller genau einen Becher stellt. Mit Hilfe der ein-eindeutigen Zuordnung lassen sich also zwei gegebene Mengen (Striche und Gläser, Teller und Becher) auf ihre Mächtigkeit, d. h. auf die Gleichheit oder Ungleichheit der Anzahl ihrer Elemente untersuchen.
Mengen, die in ein-eindeutige Zuordnung gebracht werden können, heißen gleichmächtig oder äquivalent. Die Herstellung einer ein-eindeutigen Beziehung zwischen gleichmächtigen Mengen, die Äquivalenzrelation, kann als zweiter wichtiger vorzahliger Begriff angesehen werden. Die Äquivalenzrelation ist durch zwei Eigenschaften gekennzeichnet: sie ist symmetrisch und transitiv. Symmetrisch heißt: Wenn die Menge A gleichmächtig der Menge B ist, so ist auch B gleichmächtig A. Transitiv heißt: Wenn die Menge A gleichmächtig der Menge B ist und diese wiederum gleichmächtig der Menge C, so ist auch A gleichmächtig C.
Wenn z. B. das Kind, das der Mutter beim Tischdecken hilft, erkennt, "daß die Menge der Familienangehörigen gleichmächtig der Menge der Teller ist und weiter, daß die Menge der Teller gleichmächtig der Menge der Gabeln ist, dann kann es schließen, daß die Menge der Familienangehörigen sich ein-eindeutig der Menge der Gabeln zuordnen läßt" (Sorger, 1971, S. 98).
In welcher Beziehung steht nun die Äquivalenzrelation zur Kardinalzahl? Mengen, die durch ein-eindeutige Zuordnung überprüft, die gleiche Mächtigkeit besitzen, werden äquivalente Mengen genannt.

Alle äquivalenten Mengen werden zu einer Klasse zusammengefaßt, z. B. gehört die Menge der Augen, die Menge der Ohren und die Menge der Hände eines Menschen zur gleichen Äquivalenzklasse. Die gemeinsamen Eigenschaften "aller Mengen ein und derselben Klasse nennen wir unter völliger Abstraktion von allen ihren sonstigen Merkmalen ihre Kardinalzahl" (Fricke, 1961, S. 47).
Die Kardinalzahl wird also als die "Eigenschaft von Mengen" (Dienes/Golding, 1970, S. 32) definiert. So wie "gelb" die Eigenschaft sein kann, die gewissen Gegenständen aus der Gesamtheit der farbigen Gegenstände zukommt, ist "drei" die Eigenschaft der Äquivalenzklasse, in der Mengen mit drei Elementen zusammengefaßt sind. Die Kardinalzahl setzt also den Umgang mit Mengen voraus und der Mengenbegriff baut auf dem Umgang mit realen Gegenständen auf. Skemp (1971) unterscheidet daher auch Primär- und Sekundärbegriffe. Der Begriff der Rose ist z. B. ein Primärbegriff, da er aus sensorischen und motorischen Erfahrungen mit der Umwelt stammt. Der Begriff der Menge ist ein Sekundärbegriff, der aus anderen Begriffen und nicht aus Erfahrungen mit der Umwelt entsteht. Sämtliche Begriffe der Mathematik sind Sekundärbegriffe. Sie können erst gewonnen werden, wenn andere Begriffe (Primärbegriffe oder Sekundärbegriffe niederer Ordnung) gebildet sind.
Ein Sekundärbegriff höherer Ordnung ist der Kardinalzahlbegriff.

Die Kardinalzahl setzt also die vorzahligen Begriffe der Menge und der symmetrischen Äquivalenzrelation voraus. Die Ordinalzahl geht auf den Begriff der asymmetrischen Ordnungsrelation zurück. Bei der Definition der Ordinalzahl ist der Begriff der Menge ebenfalls von Bedeutung, nur werden nicht zwei Mengen in ein-eindeutige Beziehung gebracht, sondern es wird die Ordnung der Elemente innerhalb einer Menge festgelegt. Für eine Ordnungsrelation gelten nach Fricke (1961) folgende Bedingungen: "Erstens soll von zwei Elementen a und b der Menge stets entweder a vor b oder b vor a gelten, und zweitens soll mit a vor b und b vor c stets auch a vor c der getroffenen Ordnung entsprechen" (S. 48). Von zwei willkürlich herausgegriffenen Elementen einer Menge ist also genau festgelegt, welches vorangeht und welches nachfolgt. Die Elemente einer Menge erhalten eine bestimmte Ordnung, die notwendigerweise weder eine räumliche noch eine zeitliche ist, sondern eine rein logische Beziehung darstellt. Von Bedeutung ist nur, daß sie asymmetrisch und transitiv ist.

Eine so definierte Ordnungsrelation ist aber noch zu allgemein, um den Ordnungstypus der Zahlenreihe zu bestimmen. Fricke (1961) fordert deshalb: "Erstens soll die Menge N ein erstes Element a besitzen, das also allen anderen vorangeht und zweitens soll es zu jedem Element n einen unmittelbaren Nachfolger n' geben" (S. 48). Mit diesen Bedingungen läßt sich die Zahlenreihe der natürlichen Zahlen mit ihren Elementen den Ordnungszahlen aufbauen. Das erste Element einer Menge wird mit 1, dessen Nachfolger 1' mit 2, 2' mit 3 usw bezeichnet. Diese Zeichen haben aber keine Mengenfunktion,

sondern sind "Platznummern oder leere Stellenzeichen, in welcher Funktion sie eben als Ordnungszahlen bezeichnet werden" (Fricke, 1961, S. 49).

Vorbereitet wird der Begriff der Ordinalzahl durch die Operation der Reihung oder Seriation. Mengen, deren Elemente sich in der Intensität einer Eigenschaft (z.B. Größe, Länge) unterscheiden, können in einer Steigerungsreihe längs einer Geraden angeordnet werden. Für sie gelten ebenfalls die Eigenschaften der Asymmetrie (größer als, länger als) und Transitivität.

Vom mathematischen Standpunkt reicht es aus, den Zahlbegriff zu bestimmen, als abhängig von den vorzahligen Begriffen der Menge, der symmetrischen Äquivalenzrelation und der asymmetrischen Ordnungsrelation. Wir müssen aber bereits an dieser Stelle auf zwei Operationen hinweisen, die für die Bildung des Zahlbegriffs unerlässlich sind, nämlich das Erkennen der Invarianz einer Menge und der Einschachtelung von Klassen (Piaget, 1947; 1972; Piaget/Szeminska, 1965).

Der Begriff der Invarianz oder Mengenerhaltung besagt, daß gleichmächtige Mengen auch dann invariant oder konstant bleiben, wenn sich die Anordnung der Elemente einer oder beider Mengen verändert. Dieser Begriff der Mengenerhaltung ist zwar in dem Begriff der Äquivalenzrelation enthalten, denn äquivalente Mengen bleiben unabhängig von ihrer jeweiligen räumlichen Anordnung äquivalent. Er besitzt im Denken des Kindes jedoch eine gewisse Eigenständigkeit, da mit der Operation der ein-eindeutigen Zuordnung nicht gleichzeitig das Erkennen der Konstanz der Menge verbunden ist.

Der Begriff der Klasseneinschachtelung oder Inklusion wird besonders von Piaget (1947, 1972) als notwendige Voraussetzung für die Kardinalzahlbildung angesehen.
Darunter ist folgendes zu verstehen: Wenn man z. B. aus der Menge der Dreiecke eine bestimmte Klasse A (z. B. rote Dreiecke) bildet, so entsteht gleichzeitig eine Komplementärklasse A (nicht-rote Dreiecke). Durch Addition können beide Klassen zu einer umfassenderen Klasse B (Dreiecke) vereinigt werden. Die individuellen Eigenschaften der Elemente aus den beiden Klassen A und A' bleiben in der Vereinigungsmenge erhalten. Folglich kann man durch Subtraktion der Klasse A' (bzw. A) von der Klasse B die Klasse A (bzw. A') bilden (A+A' = B; B-A' = A; B-A = A').

In der gleichen Weise wie die Vereinigung von A+A' = B ergibt , ergibt B+B' = C und C+C' = D. Die Klasse D setzt sich also aus der Addition der Klassen A+A' + B'+C' zusammen.

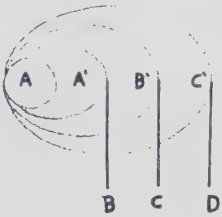


Abb. 1: Hierarchischer Aufbau von Klassen
(aus Piaget, 1970, S. 724)

Die gleiche Beziehung, die für die logischen Klassen gilt, läßt sich auch für den Bereich der Zahlen nachweisen. Durch einfache Wiederholung der Einheit 1 entstehen die Zahlen 1, 1+1 = 2, 2+1 = 3, 3+1 = 4. Die 4 ergibt sich also aus der Addition der Einheiten 1+1+1+1. Die 1 ist in der 2 und die 2 in der 3 und die 3 in der 4 enthalten usw. (vgl. dazu Abb. 1 und 2).

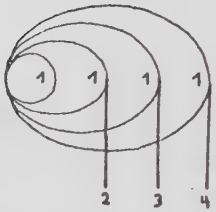


Abb. 2: Hierarchischer Aufbau der Zahlen

Die zahlenmäßig kleinere Klasse ist also in der mächtigeren eingeschlossen. Um diese Beziehung zu erkennen, muß das Kind in der Lage sein, das Teil mit dem Ganzen, die Klasse A (oder A') mit der Klasse B quantitativ zu vergleichen.

Piaget betrachtet die Klasseneinschachtelung aber nicht nur im Zusammenhang mit der Kardinalzahlbildung, sondern auch mit der Ordnungsrelation. "(Die) Zahl ergibt sich zunächst aus einer Abstrahierung von den unterschiedlichen Qualitäten, so daß jedes individuelle Element mit jedem anderen gleichwertig ist: 1=1=1 usw.. Danach sind die Elemente klassifizierbar nach der Einschließung ($<$): $1<(1+1)<(1+1+1)$ usw.. Aber sie sind zugleich aneinanderreihbar ($\rightarrow$), und es gibt nur ein Mittel, um nicht zweimal die gleiche in diesen Einschließungen zu zählen, nämlich sie aneinanderzureihen (im Raum oder in der Zeit): $1\rightarrow1\rightarrow1$ usw.. Die Zahl erscheint so als eine bloße Synthese der Aneinanderreihung und der Einschließung $\{((1)\rightarrow1)\rightarrow1\}$ usw.; und deshalb bildet sie sich in enger Verbindung mit diesen beiden Gruppierungen aus ....., aber als originale und neue Synthese" (Piaget/Inhelder 1972, S. 109).

Piaget ist also der Ansicht, daß Kardinal- und Ordinalzahlen nicht zwei voneinander unabhängige Begriffe sind, sondern sich gegenseitig bedingen und ergänzen. "Klassen, Beziehungen und Zahlen bilden also ein logisch- und psychologisch untrennbares Ganzes, welches drei Elemente enthält, von denen jedes die zwei anderen ergänzt (Piaget, 1947, S. 163).

Wir müssen uns nun fragen, welches die Grundlagen des Zählens sind. Wir haben festgestellt, daß die gemeinsame Eigenschaft äquivalenter Mengen ihre Kardinalzahl ist. Die Äquivalenz wird ermittelt, indem jedem Element der einen Menge, genau ein Element der anderen Menge zugeordnet wird. Beim Vorgang des Zählens ist der Begriff der Äquivalenz ebenfalls Voraussetzung. Hier wird eine ein-eindeutige Beziehung zwischen den Elementen der Menge und einer bestimmten Folge von Zahlwörtern, den wortsprachlichen Symbolen der Kardinalzahlen hergestellt. Russel (zit. in Resag, 1962, S. 27) definiert den Vorgang des Zählens folgendermaßen: "Der Akt des Zählens besteht in der Aufstellung einer ein-eindeutigen Beziehung zwischen der Folge der gezählten Gegenstände und den natürlichen Zahlen (ausgenommen 0), die bei dem Prozeß aufgebraucht werden. Demgemäß schließt der gewöhnliche Verstand daß in der zu zählenden Menge so viele Gegenstände vorhanden sind, wie es Zahlen gibt bis zur letzten Zahl, die beim Zählen verbraucht wird". Das Zählen ist also mehr als nur ein Aufsagen der Zahlennamen und ein Zuordnen der Zahlen zu den gezählten Gegenständen, sondern die zuletzt genannte Zahl muß gleichzeitig in eine Kardinalzahl umgewandelt werden, die die gezählte Menge kennzeichnet.

In unserem Sprachgebrauch gibt es nun entsprechend den Kardinal- und Ordinalzahlen zwei Arten von Zahlwörtern. Grundsätzlich kann man eine Menge sowohl mit den Ordnungszahlen (der erste, der zweite, der dritte ....), als auch mit den Grundzahlen (eins, zwei, drei ....) auszählen. Breidenbach spricht es der "Ökonomie des Lebens" (1963, S. 70) zu, daß wir statt richtigerweise mit den Ordnungszahlen mit den Grundzahlen auszählen. Warum man aber sowohl von der Kardinalzahl - sie gibt die Mächtigkeit einer Menge an - auf die Ordinalzahl schließen kann, als auch von der Ordinalzahl - sie kennzeichnet den Platz eines Elementes einer in einer Reihe geordneten Menge - auf die Kardinalzahl, veranschaulichen Fettweis und Schlechtweg (1972) an folgendem Schaubild:

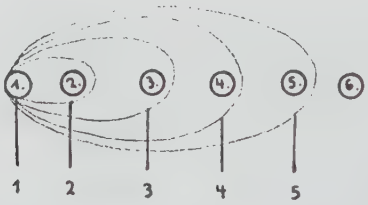


Abb. 3: Beziehung von Kardinal- und Ordinalzahl (aus Fettweis und Schlechtweg, 1972, S.126)

"Wenn man die Elemente einer geordneten Menge abzählt, dann deutet das zuletzt ausgesprochene Zahlwort z. B. "fünf" daraufhin, daß bis hierher ein Abschnitt der Mächtigkeit 5 .... erreicht worden ist. Das zuletzt benannte Element der Menge befindet sich aber zugleich an der fünften Stelle innerhalb der Ordnung, und kann deswegen "das fünfte" genannt werden. - Umgekehrt weiß man natürlich, wenn man bis zum fünften Element einer geordneten Menge gegangen ist, daß dann bis dahin ein Abschnitt der Mächtigkeit 5 vorliegt" (Fettweis/Schlechtweg, 1972,S. 126/127).

Zusammenfassung:

1) Zur Entwicklung des Zahlbegriffs müssen sowohl Grundlagen zur Kardinal- als auch zur Ordinalzahl gegeben sein. Man kann weder der einen noch der anderen eine logische Priorität zusprechen. Beide bedingen sich gegenseitig und entwickeln sich in wechselseitiger Abhängigkeit voneinander. Die pädagogischen Hilfen zum Aufbau des Zahlbegriffs dürfen sich daher nicht allein auf die Förderung des Kardinalzahl- oder des Ordinalzahlbegriffs konzentrieren, sondern beide müssen gleichzeitig gefördert und aufgebaut werden.

2) Der Zahlbegriff baut auf einer Reihe vorzahligen Begriffe auf. Wenn man nicht abwarten will, bis das Kind von selbst einen operatorischen Zahlbegriff entwickelt hat, muß ein Förderprogramm bei diesen vorzahligen Begriffen ansetzen. Solche vorzahligen Begriffe sind:

a) die Begriffe der Menge und der Klasse, die beide durch die Operation der Klassifikation gebildet werden,
b) der Begriff der ein-eindeutigen Zuordnung oder symmetrischen Äquivalenzrelation,
c) der Begriff der Invarianz oder Konstanz der Menge,
d) der Begriff der Klasseneinschachtelung oder Inklusion,
e) der Begriff der asymmetrischen Ordnungsrelation oder Seriation.

B. Begriffsbildung

Der Zahlbegriff stellt also ein komplexes Ganzes dar, in welches mehrere Operationen und vorzahlige Begriffe eingehen. Bevor wir auf die Entwicklung dieser Grundlagen und deren experimentelle Beeinflussung eingehen, werden wir uns kurz mit der allgemeinen kindlichen Begriffsbildung befassen, da sich die Gestaltung unseres Förderungsprogramms nicht nur aus den Untersuchungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs, sondern auch aus Experimenten und Überlegungen zur allgemeinen Begriffsbildung ergeben. Ein zweiter Grund ergibt sich aus der engen Verwandtschaft von Klassen und Begriffen, zumal Begriffe auch häufig als logische Klassen bezeichnet werden. Wir werden aber noch darstellen, daß kindliche Begriffe nicht als logische Klassen angesehen werden können.

Klassen und Begriffe sind Ordnungssysteme. "Kein Begriff wird für sich allein gebildet; jeder ist in ein ganzes System von klassifikatiorischen Operationen gebunden" (Inhelder/Matalon, 1972, S. 45). Beide haben die Funktion das Denken zu entlasten und zukunftsorientiertes Verhalten zu ermöglichen.

1.) Kainz (1964) spricht von einer "Entlastungsfunktion" (S. 575), Flavell (1970) in ähnlicher Weise von einer "simplification-function" (S. 985) und Sigel (1964) von "intellectual tools that man uses in organizing his environment und attacking his problems" (209). Die mannigfachen Beziehungen von Gegenständen und Situationen, mit denen das Kind und der Erwachsene in Berührung kommen, werden also durch Begriffe auf ein für das Individuum verarbeitbares und überschaubares Maß reduziert. Das vielfache Nebeneinander von verschiedensten Informationen wird durch Begriffe in ein geordnetes System gebracht.

2. Flavell (1970) betont aber noch einen zweiten wichtigen Aspekt, der mit der Vereinfachungsfunktion eng zusammenhängt, die Zukunftsorientiertheit. Begriffe erlauben " a highly adaptive anticipation of future events from present events" (S. 985). Wenn man erfaßt hat, daß ein bestimmtes Objekt zu einer bestimmten Klasse gehört, weiß man von diesem Objekt mehr als nur das, was man an ihm im Augenblick wahrnehmen kann. Da dieses Objekt Mitglied einer bestimmten Klasse ist, muß es alle die Eigenschaften besitzen, die kennzeichnend für die Klasse sind. Man kann also einem Objekt bestimmte Eigenschaften zusprechen, ohne es daraufhin näher untersucht zu haben.

3. Eine dritte Funktion, die für den Lernprozeß von Bedeutung ist, steht damit im Zusammenhang. Fuchs (1957) kennzeichnet Begriffe als "Vehikel des Transfers" (S. 235) und Bergius (1969) spricht von "Grundvoraussetzungen für viele Prozesse der Mitübung" (S. 238). Wenn ein Kind einen bestimmten Begriff, z.B. den Invarianz-Begriff erworben hat, sollte es in der Lage sein, strukturell ähnliche Aufgaben zu lösen, bei denen z.B. die Mengenerhaltung an anderen Materialien erkannt werden muß.

Da die Begriffsbildung sehr eng mit verschiedenen kognitiven Prozessen wie dem Lernen, dem Denken, dem Problemlösen, der Sprachentwicklung, dem Wahrnehmen und dem Handeln zusammenhängt, gehen die Versuche, einen "Begriff" zu definieren, sehr weit auseinander.

Flavell (1970) - ein prominenter Kenner dieses entwicklungspsychologischen Gebietes - meint daher zu den Definitionsversuchen, "that their most important similarity is their common inadequacy" (S. 983), und Marion Blank (1971 vermutet, daß jeder Forscher "seinen Begriff" zu definieren scheint, "indem er ihn einschränkt auf Operationen, deren Ausführung er von den Vpn verlangt" (S. 86). Damit erweist es sich als sinnvoll, nicht von d e r Begriffsbildung zu sprechen, sondern von Begriffsbildung wie sie mit unterschiedlichen methodischen Ansätzen untersucht wird. Im wesentlichen lassen sich dabei drei verschiedene Richtungen aufweisen:

1. Begriffsbildung im Zusammenhang mit dem Studium der Wortbedeutungen und des Spracherwerbs,

2. Begriffsbildung in experimentellen Situationen,

3. Begriffsbildung als Abstraktion von Handlungen aus genetischer Sicht.

1.) Begriffsbildung und Spracherwerb

Ein Begriff wird häufig definiert als eine "festumgrenzte Allgemeinvorstellung" (Dorsch, 1963, S. 45), als "kognitive Einheit" (Bergius, 1969, S. 248), als "unanschauliches Denkgebilde" (Kainz, 1964, S. 573) oder in ähnlicher Weise als "unanschauliche Gedanken" (Rohracher, 1963, S. 328), in denen "eine Summe von Einzelvorstellungen" (Dorsch, 1963, S. 45) "eine Menge von Sinnesdaten" (Bergius, 1969, S. 248), "gemeinsame charakteristische Merkmale einer Gruppe von Objekten oder Ereignissen" (Mussen, 1971, S. 66) zusammengefaßt und mit "gleichbleibenden Zeichen oder Bezeichnungen" (Foppa, 1968, S. 214), also mit sprachlichen Ausdrücken, belegt werden.

Wie aber das Bezeichnete mit der Bezeichnung verknüpft wird, ist auf zweifache Weise untersucht worden. Einmal wurden die Wortbedeutungen und Wortdefinitionen des kindlichen Vokabulars aufgezeigt und untersucht, zum anderen konkrete Inhalte mit sinnlosen Lautkomplexen in experimentellen Situationen verknüpft. Auf den zweiten Aspekt werden wir im nächsten Abschnitt eingehen.

Begriffe von Kleinkindern unterscheiden sich in charakteristischer Weise von Begriffen der Logik. Bei logischen Klassen kann bereits ein Merkmal entscheiden, ob ein Gegenstand zu einer bestimmten Klasse gehört oder nicht. Bei kindlichen Begriffen "ist das Vorhandensein oder Fehlen eines einzelnen Merkmals .... vielfach nicht entscheidend für die Zugehörigkeit zu einem bestimmten Begriff" (Metzger, 1963, S. 229). Kindliche Begriffe sind durch ihre besondere Weite der Begriffsfassung und ihren Allgemeinheitscharakter gekennzeichnet.

Das Kind benutzt zwar Individualbegriffe und Eigennamen, meint damit aber nicht einzelne konkrete Gegenstände, sondern umfassendere Gesamtheiten. "Es sind durchweg keine Einzelmerkmale, keine Elemente, keine Teile, nicht das Material, sondern bevorzugte Ganzeigenschaften" (Metzger, 1959, S. 434), die den undifferenzierten Ganzheitscharakter der kindlichen Begriffe ausmachen.

Werner (1953) kennzeichnet die kindlichen Begriffe als diffus und holophrastisch. "Diffus" bedeutet bei Werner das Gegenteil von "gegliedert" und meint, daß Ganzeigenschaften das Übergewicht über Einzeleigenschaften besitzen. Unter einer "holophrastischen" Form versteht er, "die Sprachart, in der ein Zeichen nicht etwa ein einzelnes, abgegrenztes Ding, sondern eine zusammenhängende Idee bedeutet" (S. 207).

Piaget bezeichnet diese Worte, die noch keine Begriffe im Sinne logischer Klassen sind, als Vorbegriffe (Petter, 1966, S. 83 f; Flavell, 1963, S. 159 f.), die nach seiner Meinung weder Gattungs-, noch Individualbegriffe sind. "They refer neither to individuals who possess stable identity over time and in different contexts nor to genuine classes or collectivities of similar individuals" (Flavell, 1963, S. 160). In diesem Rahmen sind auch das vorzahlige Mengenerleben und der Aufbau der logischen Operationen zu sehen. Aus ganzheitlichen, affektiv gebundenen Anfängen differenzieren sich die Grundlagen zum Zahlbegriff bis zu der exakten mathematischen Bedeutung der Zahl heraus. Wir werden im Kapitel C an dieser Stelle wieder anknüpfen und uns zunächst anderen Untersuchungen zur Begriffsbildung zuwenden.

2.) Experimentelle Untersuchungen zur Begriffsbildung

Im Rahmen unserer theoretischen Überlegungen kann es uns nicht darum gehen, sämtliche experimentellen Untersuchungen zur Begriffsbildung systematisch darzustellen - das ist z. B. in sehr umfassender Weise von Kaminski (1964) durchgeführt worden - , sondern wir wollen nur andeutungsweise einige experimentelle Ansätze aufzeigen, um dadurch Piagets theoretische Position und seine genetischen Experimente abzuheben.

Die ersten experimentellen Analysen zur Begriffsbildung gehen auf die Würzburger Schule und die Untersuchungen zur Abstraktion von Külpe (1904) zurück. Külpe untersuchte den Abstraktionsprozeß, in welchem "das logisch oder psychologisch Wirksame von dem logisch oder psychologisch Unwirksamen geschieden" (S. 170) werden soll, an kurzzeitig visuell gebotenen Silben, die sich durch Farbgebung und räumliche Anordnung unterschieden. Bei ihm kam es auf das Herauslösen von Teilinhalten und Merkmalen einander ähnlicher Gegebenheiten an.

Narziss Ach (1921) untersuchte dagegen die Funktion des Wortes im Begriffsbildungsprozeß. Ihm ging es darum, "wie ein Wort oder ein Zeichen zwangsmäßig eine signifikative Bedeutung erhält und so in entsprechender Weise Verwendung findet" (S. 337). Ach gab seinen erwachsenen Vpn geometrische Körper, die sich durch Form, Farbe, Größe und Gewicht unterschieden, und denen je nach Kombination der relevanten Merkmale Größe und Gewicht sinnfreie Bezeichnungen zugeordnet wurden.
Kaminski (1964) würdigt Ach's experimentellen Ansatz. "Der Großteil heute aktueller einschlägiger Gesichtspunkte ... ist bei ihm schon angesprochen oder angedeutet worden ... z. B. die funktional-dynamische Einbettung von 'Begriffsbildungs'-Prozessen in über-

greifende Handlungszusammenhänge ... oder das Problem des Verhältnisses von Vorgängen im Experiment zu denen in der außerexperimentellen Lebenswirklichkeit" (S. 431). Narziss Ach versteht unter einem Begriff "den erlebten, Verständigung ermöglichenden Bedeutungsgehalt sprachlicher Symbole" (Kaminski, 1964, S. 431) und er wird gebildet durch eine Vielzahl von selbständig gewonnenen Vergleichsurteilen.

Damit unterscheidet sich Ach's Ansatz sehr deutlich von der großen Gruppe der behavioristischen Begriffsbildungsexperimente, nach denen Begriffe auf objektiver Ähnlichkeit basieren. Diese Untersuchungen finden ihren Ausgangspunkt in der Untersuchung von Hull (1920), in der die Vpn auf bestimmte gleichbleibende Elemente verschiedener Reizmuster (chinesische Schriftzeichen) mit einer sinnlosen Silbe reagieren sollten. Nach Hull werden Begriffe durch planmäßige Veränderung der Bedingungen unter Beibehaltung einer gemeinsamen Wurzel gebildet. Hulls Methodik ist in verschiedenen anderen Experimenten z. B. von Heidbreder (1946) an Objekt-, Raum- und Zahlbegriffen weiter ausgebaut oder auf Untersuchungen mit Kindern z. B. von Welch und Long (1940) übertragen worden.

Kendler's Definition ist ein typisches Beispiel dafür, wie von lerntheoretischer Seite Begriffsbildung verstanden wird. "Concept formation is taken to imply the acquisation or utilization, or both, of a common response to dissimilar stimuli" (Kendler, 1961, S.447). Diese Definition beschränkt sich nur auf beobachtbares Verhalten, und schließt alle geistigen Phänomene als erklärende Konstrukte aus. Das Begriffsbildungsexperiment leitet sich aus dem Lernexperiment ab, in welchem ein bestimmter gleichbleibender Reiz mit einer Reaktion fest verknüpft wird, unterscheidet sich aber davon, indem der Lernende die Konstanten im Reizmaterial selbst aufsuchen und mit einer gemeinsamen Reaktion beantworten muß.

Dabei sollen vor allem drei experimentelle Muster, die aus Tierexperimenten abgeleitet wurden, etwas über die kindliche Begriffsbildung aussagen: das Transpositionslernen, das Umkehrlernen und die Bildung von Lernsets. Im Transpositionslernen werden relationale Beziehungen (größer - kleiner, Zwischengrößen, heller - dunkel usw.) erfaßt (vgl. Foppa, 1968, S. 226 ff.).

Beim Umkehrlernen muß das lernende Individuum einen von zwei oder mehreren Reizen auswählen und in einer zweiten Aufgabe umgekehrt dazu reagieren (z. B. statt einer Rechts- eine Linkswendung; statt auf Schwarz auf Weiß reagieren; vgl. Blank, 1971, S. 99f.). Kendler (1961, S. 463) meint, daß das Gegenteil von dem zu tun, was man vorher gemacht habe, ein Abstraktionsniveau erfordere, das eher mit Begriffsbildung als mit einfachem S-R-Lernen zu erklären sei. In diesem Sinne sieht Kendler eine Beziehung zwischen dem Umkehrlernen und der Reversibilität, die nach Piaget eines der Hauptmerkmale geistiger Operationen ist.

Bei den Untersuchungen über das Entstehen von Lernsets geht es um die Frage, wie leicht ein Problem im Vergleich zu einem vergleichbaren gelernt wird. Gibt man einem Lernenden eine bestimmte Klasse untereinander verschiedener Probleme, so führen seine Bemühungen immer schneller zum Erfolg (vgl. Blank, 1971, S. 106).

Diese drei, aus Tierversuchen entwickelten experimentellen Modelle sollten eigentlich die Natur des kindlichen Denkens und die Mechanismen zur Bildung von Begriffen in Reinkultur darlegen. Die lerntheoretisch orientierten Experimentatoren haben in ihrem Studium der Begriffsbildung jedoch nur einen begrenzten Ausschnitt, nämlich die Auswahl physikalischer Eigenschaften (Größe, Farbe, Form) beachtet und andere Begriffskategorien unberücksichtigt gelassen. Wir können uns Blank's Meinung anschließen, wenn sie sagt, daß die experimentellen Modelle "weder den gesamten Umfang der Fähigkeiten des Kindes, noch die Art, in der sich die Begriffe in natürlicher Umgebung entwickeln, (widerspiegeln)" (Blank, 1971, S. 114).

3.) Begriffsbildung in genetischen Untersuchungen

Anders als in den raffiniert aufgebauten, methodischen Verfahren der Behavioristen geht es in genetischen Experimenten um Begriffe, die aus der Umwelt des Kindes stammen und der Realität des Kindes eher angemessen sind. Es wird untersucht, wie das Kind komplexere und abstraktere Begriffe wie z. B. den Begriff des Raumes, der Zeit, der Zahl, der Geschwindigkeit, der Kausalität, der Moral usw. erwirbt. Das Kind wird weniger als passiver Teilnehmer im Lernprozeß angesehen, dem vom Experimentator immer wieder Modifikationen des zu erwerbenden Begriffs vorgeführt werden, sondern mehr als Gestalter seiner Umwelt. Man beobachtet in ganzheitlichen Verfahren, wie das Kind im täglichen Umgang mit Gegenständen und in experimentell herbeigeführten Problemsituationen von Geburt an einerseits gestaltend auf die Umwelt einwirkt, andererseits sich selbst der Wirklichkeit anpaßt. "Begriffsbildung (hängt) von aktiven Operationen ab, d. h. von Strukturierungen seitens des Subjekts, die zur Konstruktion der äußeren Welt führen und nicht nur zu den Eigenschaften von bereits vorgegebenen Objekten" (Inhelder/Matalon, 1972, S. 44). Solchen Aufbauprozessen hat sich vor allem Piaget mit seinen Mitarbeitern zugewandt.

Begriffsbildung muß bei Piaget im Zusammenhang mit dem Erwerb geistiger Operationen und der Entwicklung der Intelligenz gesehen werden. Intelligenz wird von Piaget im allgemeinen Sinne verstanden als die Grundlage, auf der sich der "Vorgang des Erkennens und des Verstehens der Wirklichkeit" (Aebli; Vorwort zu Piaget, 1947, S. IX) abspielt.

Piaget (1947) kennzeichnet die Intelligenz selbst als einen "Gesamtbegriff, der die höheren Organisations- und Gleichgewichtsformen der Erkenntnisstruktur bezeichnet ... (Als) beweglichste und gleichzeitig dauerhafteste Gleichgewichtsstruktur des Verhaltens ist die Intelligenz ein System von lebendigen und aktiven Operationen. Sie ist die höchste Form der geistigen Anpassung an die Welt, das unentbehrliche Instrument der Verbindung zwischen Subjekt und Welt" (S. 9/10).
Der Aufbau von Erkenntnisfunktionen erfolgt nach Piaget durch zwei sich ergänzende Prozesse, durch Anpassung und Organisation. Der erste Prozeß erfolgt zwischen Individuum und Realität, der zweite bezieht sich auf den Prozeß im Lernenden selbst. Indem sich das Individuum handelnd und denkend mit der Welt auseinandersetzt (Anpassung), erwirbt es Strukturen, die in hierarchisch geordneten, immer widerspruchsfreieren Gesamtsystemen organisiert sind (Organisation).

In dem Aufbau logischer Strukturen vollzieht sich die geistige Entwicklung des Kindes. Genetisch jüngere Strukturen bauen auf älteren auf; komplizierte Strukturen setzen einfache voraus. Die Instrumente, die die Anpassung an die Umwelt und den "Prozeß der progressiven Konstruktion und Neukoordination" von Strukturen (Aebli, 1963, S. 20/21) - wie Piaget die Entwicklung sieht - in Gang halten, sind die sich ergänzenden Vorgänge der Akkomodation und Assimilation (Piaget, 1947, S. 10 ff; Petter, 1966, S. 28 ff; Montada, 1970, S. 21 ff; Flavell, 1963, S. 47 ff.).

Assimilation kennzeichnet die Auseinandersetzung des Individuums mit seiner Umwelt. Indem das Kind suchend und forschend seine Umgebung erkundet, erwirbt es Schemata, d.h. geistige Strukturen, mit denen es Problemsituationen zu bewältigen vermag. Hunt (1961) bezeichnet Schemata als "repeatible and generalizable pieces of behavior" (S. 112). Mit fortschreitender Entwicklung ändern sich die Schemata. Beim Säugling und Kleinkind sind es Handlungsschemata der sensumotorischen Intelligenz (z.B. ergreifen, schlagen, untersuchen), beim älteren Kind sind es logische, mathematische oder naturwissenschaftliche Operationen (z.B. ordnen, klassifizieren, reihen, zählen usw.).
Schemata können also konkret ausgeführte Handlungen oder verinnerlichte Operationen sein. Bevor Operationen verinnerlicht, d.h. vorgestellt werden können, müssen sie (etwa bis zum 2. Lebensjahr) konkret ausgeführt werden. "Statt zur wirklichen Ausführung jeder Handlung gezwungen zu sein, erlangt das Kind die Fähigkeit, sie innerlich und ohne sichtbare Bewegung auszuführen .... (Durch) einen Vorgang der Verinnerlichung (hat) sich die tatsächliche Handlung in eine Vorstellung der Handlung verwandelt" (Aebli, 1968, S. 57). Damit werden Handlungen zu beweglichen Operationen, die besonders durch ihre Umkehrbarkeit (Reversibilität) gekennzeichnet sind. Reversibilität ist aber nicht nur das entscheidende Merkmal der Operationen, sondern auch maßgeblich für den Fortschritt der Denkentwicklung. Piaget meint: "Das Denken des Kindes .... ist um so weniger reversibel, je jünger das Individuum ist und je mehr es den perzeptiv-motorischen oder anschaulichen Schemata der Intelligenzformen verhaftet ist" (Piaget, 1947, S. 48).

Der Prozeß der Assimilation reicht aber allein noch nicht aus, um den Erwerb von Operationen zu erklären. Das Kind begegnet bei der Auseinandersetzung mit seiner Umwelt Problemen, die es mit den vorhandenen Schemata nicht bewältigen kann. Die Schemata müssen verändert, sie müssen den neuen Bedingungen angepaßt werden. Das geschieht durch Akkomodation. Die Realität zwingt das Individuum, die vorhandenen Schemata zu verändern, um den neuen Gegenstand oder die neue Problemsituation assimilierbar zu machen. Im Akkomodationsprozeß wird also das Gleichgewicht zwischen der Realität und der kognitiven Struktur des Kindes wiederhergestellt. Informationen werden neu organisiert und neue Verhaltensmuster ausgeformt. Damit können immer komplexere Formen intelligenten Denkens erworben werden. "Man kann also die Anpassung als ein Gleichgewicht zwischen der Assimilation und der Akkomodation definieren, was nichts anderes bedeutet, als ein Gleichgewicht der Austauschprozesse zwischen Subjekt und Umwelt" (Piaget, 1957, S. 11). Piaget's Theorie ist also im wesentlichen eine Theorie der wechselseitigen Beeinflussung von Organismus und Umwelt, die den Entwicklungsfortschritt mit sich bringt. Hunt (1961) hat daher die Bezeichnung "Interaktionstheorie" (S. 64) vorgeschlagen.

Mit der Beschreibung des Aufbaus kognitiver Strukturen haben wir gleichzeitig dargestellt, wie Piaget die Begriffsbildung sieht. Ein Begriff ist nach seiner Meinung "in der Tat nur ein Aktions- oder Operationsschema" (1947, S. 36).

Damit legt Piaget den Schwerpunkt der Begriffsbildung nicht auf das Herausheben von wichtigen und das Absehen von unwichtigen Merkmalen des Wahrgenommenen, sondern auf die Handlung, auf das Suchen und Forschen, auf das Umgehen mit dem Gegenstand selbst. Piaget sagt dazu: "Begriffe der Intelligenz (kann man) unmöglich als durch einfache Abstraktions- und Verallgemeinerungsprozeße direkt aus den Wahrnehmungen abgeleitet auffassen, denn außer perzeptiven Informationen enthalten sie immer zusätzlich auch spezifische Konstruktionen mehr oder weniger komplexer Natur. Im Falle der logisch-mathematischen Begriffe setzen sie eine ganze Reihe von Operationen voraus, die nicht von den wahrgenommenen Gegenständen, sondern von den auf die Gegenstände ausgeübten Aktionen abstrahiert werden" (Piaget/Inhelder, 1972a, S. 57). So setzt z. B. der Begriff der Zahl die Operationen der Klassenbildung und der Ordnungsrelation voraus. Diese wiederum werden vorbereitet von einer Reihe vorhergehender Verhaltensweisen und Handlungsschemata. Begriffe werden also nach Piaget nicht durch Abstraktion physikalischer Eigenschaften von Objekten, sondern durch Abstraktionen von Handlungen gebildet. Piaget nennt diese Abstraktionen "reflektierende Abstraktion, d. h. eine Abstraktion, die das Verhalten verändert, indem sie dieses differenziert und damit der durch die Abstraktion isolierten Eigenschaft hinzufügt" (Piaget, 1972, S. 75). Darunter versteht Piaget folgendes:

Bei der Abstraktion physikalischer Eigenschaften drängt sich das abstrahierte Merkmal (z. B. die Farbe Rot) dem Wahrnehmenden von selbst auf. Dem Gegenstand wird nichts hinzugefügt, da er diese Eigenschaft bereits vor der Abstraktion besaß.

Bei der Abstraktion geistiger Eigenschaften wird dagegen dem Objekt durch die darauf ausgeübte Handlung eine Eigenschaft hinzugefügt, z. B. die Eigenschaft, Element einer Menge oder Glied in einer Folge von Elementen zu sein. Die reflektierende Abstraktion führt also zu Aktions- oder Operationsschemata und dient dazu, "diese Eigenschaften in ein vollständigeres Schema einzugliedern" (Piaget 1972, S. 75).

Begriffe müssen also vom Individuum aktiv und selbständig erarbeitet werden. Sie setzen die Abstraktion von Handlungen und die konstruktive und fortschreitende Neuorganisation dieser Handlungen auf den verschiedenen Stufen von der Sensumotorik über die Anschauung bis zu konkreten und formalen Operationen voraus. Begriffsbildung ist daher kein kurzfristiger, sondern ein langdauernder Prozeß.

4.) Beeinflussung der Begriffsbildung durch Lernprozesse

Piaget geht es in seinen genetischen Experimenten vorwiegend um das Aufdecken von Strukturen und Begriffen. Er untersucht, in welchem Alter welche Begriffe beherrscht werden und wie sie mit fortschreitendem Alter zunehmend systematischer und abstrakter werden. Das intellektuelle Niveau des Kindes wird von Piaget aus der Strukturhöhe der Antworten abgeleitet und diesem gleichgesetzt. Sind die Begriffe einmal erworben, so sind sie bei allen Problemen, die die gleiche Denkstruktur erfordern, verfügbar. Sie haben -wie Aebli (1963) formuliert-"etwas von der Solidität und Dauer einer Substanz oder eines Substrats" (S. 25).

Aebli (1963) kommt in seinen Untersuchungen und Überlegungen zur geistigen Entwicklung des Kindes zu anderen Schlußfolgerungen. Er stellte fest, "daß ein und dasselbe Kind (und ein und derselbe Erwachsene) auf einer gegebenen Stufe seiner geistigen Entwicklung logische Strukturen von ganz verschiedener Höhe produziert, und dies nicht etwa bei wechselnden Inhalten, sondern ganz einfach dann, wenn wahrnehmungsmäßige oder andere Bedingungen variieren" (S. 38). Lernprozesse spielen bei Piaget nur eine untergeordnete Rolle. Er räumt zwar ein, "daß die Entwicklung operatorischer Strukturen .... auch von erworbenen Erfahrungen (und) sozialen Interaktionen" (Piaget/Inhelder, 1969, S. 24) abhängt, doch interessiert ihn nicht, welche Erfahrungen und Lernbedingungen für den Aufbau von Begriffen von Bedeutung sind und ob diese durch planmäßige Veränderung beeinflußt werden können.

Dementsprechend setzt auch die häufig geäußerte Kritik an Piaget (Aebli 1963; Bruner, 1971; Montada, 1970; Lovell, 1971), nicht etwa an den klaren und eindeutigen Beschreibungen der System-Merkmale des logischen Denkens und des Aufbaus operatorischer Begriffe an, sondern an seiner Theorie, "die für sich allein genommen, nicht in der Lage ist, Situationen im einzelnen zu bestimmen, die die systematische Ordnung des Denkens fördern bzw. hindern" (Lovell 1971, S. 272).

Laux (1969a) hält daher Piagets Psychologie "für eine pädagogische Anwendung zu steril" (S. 34), und Montada (1970) betont, daß Piaget's Psychologie dem Schüler, wenn er in Schwierigkeiten gerät, keine Lernhilfen bietet.
Diese Lücke hat Aebli mit seiner multifaktoriellen Theorie zum "aktuellen Elaborationsprozeß" (1963) und dem daraus resultierenden "pädagogischen Folgerungen" (1968) zu schließen versucht. Unter einem Elaborationsprozeß versteht Aebli "einen Prozeß des Aufbaus der in Frage stehenden Strukturen" (1963, S. 38). Er legt den Schwerpunkt nicht auf die Aktivierung von spontan entwickelten, bereits vorhandenen Strukturen, sondern auf den Aufbau dieser Strukturen und Begriffe im Problemlösungsprozeß.
Ausgelöst und gesteuert wird dieser Aufbau der Denkstrukturen durch Probleme, denen Aebli eine "vorstrukturierende Funktion" (1963, S. 39) zuspricht. "Das Problem sagt dem Kind, was es tun soll. Dieses muß herausfinden, wie das zu geschehen habe. Es muß den Plan zu einer Operation in die Wirklichkeit überführen, es muß die Skizze zum gestalteten Ganzen ausarbeiten" (1963, S. 39). Faktoren, die den Aufbauprozeß erleichtern oder erschweren können, sind z. B. der untersuchte Gegenstand selbst (die Anzahl der Teile im Gegenstand, die Komplexität und Anschaulichkeit des Gegenstandes

die Zeitdauer, die zur Problemlösung zur Verfügung steht, die Zahl der Wiederholungen und die Motivation der Versuchsperson. Die strukturelle Höhe der Operation hängt damit nicht allein vom Lebensalter, sondern von der multiplikativen Verknüpfung dieser verschiedenen Faktoren ab.

Auf Aeblis's multifaktoriellen Entwicklungsbegriff wollen wir nicht näher eingehen, sondern seine pädagogischen Folgerungen zum Aufbau von Operationen und Begriffen etwas näher untersuchen, da sie für unser Vorhaben von größerer Bedeutung sind.
Dabei zeigt sich bei aller Verschiedenheit des theoretischen Ausgangspunktes eine außerordentliche große Ähnlichkeit mit dem Prozeß des einsichtigen Lernens nach Wertheimer (1957) und Köhler (1963).

Um das Wesen der Operationen zu charakterisieren, stellt Aebli (1966) Operationen, Gewohnheiten und Automatismen gegenüber. Automatismen sind "stereotype und starre Verhaltensweisen. Ihr richtiger Ablauf hängt von äußerlichen Umständen ab, so daß sie sich nur auf wenige..... Situationen anwenden lassen" (1966, S. 67).
Die Operation ist dagegen durch ein viel weiteres Anwendungsfeld gekennzeichnet. "Die Operation hat kein Signal nötig, um ausgelöst zu werden, und sie ist nicht an einen festen symbolischen Ausdruck (sprachlich, algebraisch, numerisch) gebunden. Da sie sich aus Teiloperationen zusammensetzt, die stetig miteinander verbunden sind, und da sie, zusammen mit anderen Operationen zusammenhängende und bewegliche Gesamtsysteme bildet, so kann sie auf jede Größe angewandt werden, die es zuläßt" (S. 67).

Operationen haften besser im Gedächtnis, da sie nicht mechanisch gelernt, sondern in ihrem Zusamme hang verstanden sind. Das wichtigste Kennzeichen ist ihre Beweglichkeit. Sie erlauben das Zurückkehren zum Ausgangspunkt, das Aufstellen, Überprüfen und Verwerfen von Hypothesen.

Das sind grundsätzlich die gleichen Kennzeichen, die sich auch für einsichtiges Lernen aufzeigen lassen: Beweglichkeit, weites Anwendungsfeld, Transponierbarkeit, Fehlen eines auslösenden Signals, größere Dauer des Behaltens.

Wie werden die Operationen nun erworben?
Aebli (1966) betont folgende Punkte:

(1) Allein durch selbständiges Suchen und Forschen des Kindes lassen sich Begriffe aufbauen. Dem Forschen des Kindes wird durch die Problemstellung ein Rahmen und eine Richtung gegeben.

(2) Das Kind muß "die Gesamtstruktur eines operatorischen Komplexes erfassen" (S. 92).

(3) "Die Operation strukturiert sich im Laufe des Suchens und Forschens und ist schließlich klar gegliedert" (S. 92). Die neue Operation kann n in einer "plötzlichen (d. h. sehr rasch erfolgenden) Strukturierung" (1963, S. 42) entstehe oder aber "echtes Nachdenken, Suchen und Schlie sen" (S. 42) verlangen.

(4) Gemeinsame Diskussion und Gruppenarbeit fördert die Bildung von Begriffen.

(5) Wenn ein Begriff erworben worden ist, besteht die Notwendigkeit, ihn in einer Reihe von Variationen an neuen Materialien und in neuen Sinnzusammenhängen zu festigen. Aebli (1966) nennt dieses "operatorische Übung" (S. 110).

Sie hat zum Ziel, "die Bildung starrer Denkgewohnheiten zu verhindern, die Struktur der Operationen und Begriffe von zufälligen Elementen zu reinigen und sie beweglich zu machen" (S. 111). Das wird erreicht, indem die direkte Operation in Beziehung gesetzt wird zur umgekehrten Operation, was aus dem Kennzeichen der Reversibilität resultiert (z. B. Addition und Subtraktion, Multiplikation und Division gleichzeitig), und indem die Wege, die zu einem bestimmten Ziel führten, variiert werden.

Die ersten vier Punkte lassen sich ohne Mühe als Kennzeichen eines einsichtigen Problemlösungsprozesses erkennen. Die Parallelität wird deutlich, wenn man einmal die hemmenden und fördernden Bedingungen einer einsichtigen Lösungsarbeit nach Max Wertheimer (1957) betrachtet:

"nicht durch Gewohnheiten festgelegt und blind gemacht zu sein;
nicht einfach sklavisch zu wiederholen, was man gelehrt worden ist;
nicht in einem mechanisierten Geisteszustand vorzugehen;
in einer stückhaften Einstellung;
mit stückhafter Aufmerksamkeit;
vermittels stückhafter Operationen;

sondern

die Lage frei und aufgeschlossen zu überblicken;
das Ganze ins Auge zu fassen;
wobei man versucht, zu entdecken, herauszufinden, wie das Problem und die Lage aufeinander bezogen sind;
wobei man versucht, in die innere Bezogenheit zwischen Form und Aufgabe einzudringen, sie aufzuspüren und nachzuzeichnen;
wobei man in den schönsten Fällen zu den Wurzeln der Gesamtlage vorstößt und wesentlich strukturelle Züge der regelmäßigen Reihen ins Licht rückt und durchsichtig macht, trotz der Schwierigkeiten" (S. 118/119).

In einem wesentlichen Punkt unterscheiden sich jedoch Wertheimers und Aeblis Ansatz. Wertheimer betont den Prozeß der Umstrukturierung, Aebli dagegen den der "operatorischen Übung". Die "Umstrukturierung ... ist nicht selbst die Einsicht, sie ist überall dort ihre unerlässliche Voraussetzung, wo ... die Ausgangslage nicht im Sinne der gesuchten Lösung strukturiert ist" (Metzger, 1971, S. 149). Wenn der Umstrukturierungsprozeß (z. B. durch Umzentrierung, Umgliederung, Schwerpunktverlagerung, Bereichsänderung u.a.; vgl. Metzger, 1971, S. 151 ff), in dem der Übergang von einer einseitigen, verfehlten Strukturierung oder falsch zentrierten Fassung zu einer sinngemäßen und richtig zentrierten Fassung erfolgt, abgeschlossen ist, ist die Struktur eines Gegenstandes (oder auch einer mitmenschlichen Situation; vgl. Federballspiel, in Wertheimer, 1957, S. 144ff) so verändert, daß der Einblick in den Zusammenhang gelingt. Dann treten die strukturellen Züge einer Aufgabe, d. h. die wesensmäßigen Beziehungen zwischen den Teilen und dem Ganzen einer Aufgabe "in der Ordnung oder Organisation des Materials gemäß den innewohnenden Gesetzmäßigkeiten zutage" (Bergius, 1964. S. 320) und zeigen ihre Wirksamkeit in der Übertragung auf neue Situationen (Transponierbarkeit, Transfer). Die strukturellen Züge sind dafür verantwortlich, daß die einsichtige Lösung einer Aufgabe einen Gewinn bedeutet für die Lösung einer strukturell ähnlichen Aufgabe.
Dazu ist keine weitere Übung erforderlich.

Aebli betont dagegen die Notwendigkeit der weiteren Festigung, Sicherung und Konsolidierung der erworbenen Begriffe und Denkstrukturen. Dabei meint Aebli keineswegs ein blindes und stures Üben, sondern eher ein erneutes Durchdenken, In-Frage-stellen und Überarbeiten, "und zwar in einer Form, die es keinem Schüler erlaubt, sich durch mechanisches Vorgehen vor der Aufgabe zu drücken"(Aebli, 1966, S. 110).

Ist dieser Unterschied nun so schwerwiegend, daß man von zwei gegensätzlichen Ansätzen sprechen muß? Logische Operationen sind in der Auseinandersetzung des Kindes mit den Erfordernissen der dinglichen und sozialen Gegenstände und Ereignisse entstanden. Bergius (1964) sieht daher in ihnen "wenigstens hinsichtlich eines großen Bereiches des Problemlösen-Lernens die Äquivalente für die strukturellen Züge, durch die Transfer möglich wird" (S. 321). Logische Operationen und strukturelle Züge können demnach in ihrem Wesen und ihren Eigenschaften, wie wir bereits gesehen haben, einander zugeordnet werden. Wie läßt sich der Unterschied im Hinblick auf die operatorische Übung erklären? Lernvorgänge führen durch den tätigen Umgang mit Materialien und durch den Prozeß der Umstrukturierung der Situation zum Erfassen der strukturellen Züge. Nun unterscheiden sich aber Lernmaterialien durch den Grad der Strukturierbarkeit (Katona, 1949). Der Transfereffekt ist am größten zwischen Situationen großer struktureller Ähnlichkeit und wird schwächer mit abfallender Ähnlichkeit. In einigen Experimenten (auf die wir noch näher eingehen werden) konnten Kinder z. B. das Invarianzprinzip von Puppen und Bettchen, die in ein-eindeutige Zuordnung gebracht und anschließend in ihrer räumlichen Lage verändert wurden, übertragen auf ähnliche Materialien wie z. B. Teller und Löffel oder verschieden-farbige Plättchen, nicht dagegen auf Flüssigkeiten, die in verschiedene Gefäße umgeschüttet wurden.

In beiden Situationen wird zwar von den Kindern die gleiche Denkstruktur verlangt (Einsicht in die Konstanz einer Menge), doch ist die strukturelle Ähnlichkeit zwischen den verschiedenen Situationen offenbar nicht groß genug, als daß Übertragungen gelingen könnten.

Das Erfassen der strukturellen Züge einer Aufgabe infolge von Umstrukturierung der Situation ist ein Problem. Wie dieses Lösungsprinzip gefestigt wird, so daß auch Aufgaben geringerer Ähnlichkeit gelöst werden, ist ein anderes Problem.
Und an diesem Punkt hat Aeblis "operatorische Übung" im Problemlösungsprozess seine Berechtigung und seine wesentliche Bedeutung.

Wir kommen also zu dem Schluß, daß Aeblis und Wertheimers Ansatz sich nicht widersprechen, sondern gegenseitig ergänzen:

Der Prozeß der Umstrukturierung ist Voraussetzung, um Einsicht in einen Problemzusammenhang zu gewinnen und Begriffe und Operationen aufzubauen.
Gefestigt werden diese Begriffe durch das erneute In-Frage-stellen und Überarbeiten in neuen Sinnzusammenhängen.

C. Die Entwicklung des Zahlbegriffs

Aufgrund der gegenstandstheoretischen Analyse haben wir bereits festgestellt, daß zum Aufbau des Zahlbegriffs die vorzahligen Begriffe der Menge, der symmetrischen Äquivalenz- und der asymmetrischen Ordnungsrelation erforderlich sind. Diese drei mathematischen Begriffe setzen aus psychologischer Sicht eine Reihe anderer Strukturen und Grundfähigkeiten voraus.

Im folgenden Abschnitt untersuchen wir

(1) den vorzahligen Mengenbegriff,
(2) die Operation des Zusammenfassens von Gleichartigem zu einer Klasse (Klassifikation),
(3) das Gliedern von Mengen in Teile und Unterganze (Gliederungsfähigkeit),
(4) die Operation der Mengenerhaltung trotz Veränderung der räumlichen Anordnung der Elemente (Invarianz),
(5) die Herstellung von Ordnungsbeziehungen (Seriation).

1.) Vorzahliges Mengenerleben

Die Entwicklung des Zahlbegriffs muß im Zusammenhang mit der gesamten Begriffsentwicklung und dem Aufbau kognitiver Strukturen gesehen werden. Zahlen lassen sich nicht unmittelbar an Dingen ablesen. Zu ihrer Bildung bedarf es stufenweise fortschreitender Abstraktionen, d. h. es müssen schon auf anschaulicher Ebene bestimmte Beziehunge erfaßt werden. Außerdem setzen sie ein mannigfache Umgehen mit Mengen von konkreten Gegenständen vora

Das Vorschulkind kann im Spiel eine Anzahl von elementaren Mengenbeziehungen und Mengeneigenschaften, die den Zahlbegriff vorbereiten, erlebend und handelnd gewinnen. Das Kleinkind hantiert mit Mengen von Bällen, Bauklötzen, Spielmaterial und Bonbons; es kommt mit Mengen von Menschen, Tieren und Blumen zusammen. Mit Interesse unterscheidet es, was viel und wenig ist; es ordnet Mengen und vergleicht sie, vermehrt und vermindert sie, teilt halbiert und vervielfacht sie. Es hilft der Mutter beim Decken des Tisches und ordnet Tassen und Untertassen, Löffel und Gabel, Kleidungsstücke und Personen zu. Ein großer Teil der kindlichen Beschäftigungen und Spiele beruht auf diesem Umgehen mit Mengen. Schon im zweiten Lebensjahr vermissen und suchen Kinder etwas, wenn man ihnen von drei Gegenständen einen wegnimmt. Nach Bühler (1967) ist die verminderte "Mannigfaltigkeit der Betätigungsmöglichkeit" (S. 108) mit den Gegenständen die Ursache für die Feststellung des Kindes, daß sich die Menge verringert hat.

Vorzahliges Mengenerleben hat noch wenig mit exakter Zahlerfassung zu tun. Hansen (1960) meint, daß vorzahlige Mengenerfassung zwar auf einen sinnvollen Erlebnisbezug zu Mengen hinweise, daß die Größe einer Menge jedoch allenfalls "affektiv wirksam" (S. 209) sei. Man kann das Mengenerleben seiner Meinung nach eher als eine Seite des erlebten Wertes "ichwichtiger Dinge" (S. 315) ansehen.
Die Menge bildet noch eine undifferenzierte Ganzheit, in der die Einzelelemente keine konkrete Funktion im Hinblick auf ihre anzahlmäßige Bestimmung übernehmen. Mengen werden noch aufgrund ihres unmittelbaren Eindrucks der Gehäuftheit, Gedrängtheit, Mannigfaltigkeit und erlebnismäßigen Wichtigkeit der einzelnen Elemente als bedeutsam erlebt.

Neben der affektiv-motorischen Bestimmtheit ist das vorzahlige Mengenerleben durch die enge Bindung an die Wahrnehmung gekennzeichnet. Ausgezeichnete Mengengestalten wie z.B. die Paarigkeit von Objekten,die Viereckpunkte eines Quadrates, die fünf Finger der Hand u.a. sind Muster, nach denen Kinder (Werner, 1953) und auch Eingeborene von Naturvölkern (Wertheimer, 1911) erste optische und motorische Gestaltungen von Mengen vornehmen. Werner (1953) bezeichnet Mengenanordnungen als "komplex, d.h. die Zahl als Begriffliches hat sich von der optischen

Gestaltung noch nicht gelöst" (S. 318). Erst allmählich erfolgt eine zunehmende Abstraktion von der qualitativen Verschiedenheit der Dinge. Aber gerade "die material-, qualitäts- und lageunabhängige Erfassung der Dinge" (Gast, 1957, S.69), welche Voraussetzung für das exakte Erfassen der Mächtigkeit einer Menge ist, bereitet den Kindern bis in die ersten Grundschuljahre - wie Bartmann (1969) zeigen konnte - große Schwierigkeiten. Zwar können die meisten Kinder vor der Einschulung bereits "zählen", d. h. sie können die Zahlenreihe von 1 bis 10 richtig aufsagen, Wittmann (1967) betont jedoch ausdrücklich, daß man daraus noch nicht auf einen echten Zahlbegriff schließen kann. "Kein Kind, daß in die Schule eintritt, hat von der Mächtigkeit einer Menge auch nur entfernt eine Anschauung oder einen Begriff. Kein Kind bringt echte Zahlbegriffe mit" (S. 173). Das Zahlwort besitzt im Wortschatz des Vorschulkindes seinen festen Platz, aber es wird noch nicht zur Mengenangabe gebraucht. "Das Fünfjährige beherrscht mit Sicherheit nicht mehr als 4; schon 5 bis 10 sind unklare Mengen, und was darüber ist, ist einfach "viel", auch wenn man dafür Ausdrücke wie "1000" gebraucht" (Metzger, 1959, S. 435).

Einen interessanten Versuch über das anzahlmäßige Erfassen von Mengen und die Abstraktion von der qualitativen Verschiedenheit der zu zählenden Gegenstände hat Gast (1957) mit Kindern von 3 bis 7 Jahren durchgeführt. Gast unterscheidet drei Phasen im Umgang mit Zahlen. Auf der ersten Stufe (Alter 3;3 bis 4;11 Jahre) gelingt die zahlenmäßige Erfassung einer Menge nur bei kleinen überschaubaren, aus gleichen Elementen bestehenden Anzahlen. "Die geringfügigste Verschiedenheit der

Anzahlelemente in ihrer Qualität (Form, Farbe, Beschaffenheit, Größe) oder im Material verhindert ihre Erfassung" (S. 66). Im Alter von 5;0 bis 6;5 Jahren, der zweiten Phase, können die Kinder von der rein anschaulichen Verschiedenheit der Dinge (Material- und Qualitätsverschiedenheit) absehen. Eine Lokomotive, eine Puppe und ein Bilderbuch werden als drei Gegenstände aufgefaßt. Auf der Stufe vorher wurden die Dinge einzeln aufgezählt, ohne sie zusammenzufassen und als Menge anzusehen.

Allerdings ist die Abstraktion der Anzahl von den als Menge gebotenen Gegenständen noch nicht vollständig. Dinge, die in einer funktionellen Beziehung stehen, z. B. eine Lokomotive und zwei davon abgetrennte Räder oder eine mit Kugeln gefüllte Pappschachtel und zwei danebenliegende Kugeln, können auch jetzt noch nicht zusammengezählt werden. Sie werden noch nicht als neutrale, zählbare Elemente einer Menge angesehen. Das gelingt den Kindern erst mit etwa 6;6 Jahren, auf der dritten Stufe der Entwicklung.

Diese Untersuchung zeigt, daß für das Vorschulkind noch nicht alle zu einer Gruppe zusammengefaßten Gegenstände als Menge und damit unter quantitativem Aspekt gesehen werden. Am leichtesten gelingt das bei homogenen Mengen, d. h. bei Mengen, die aus Elementen mit gleichen Eigenschaften bestehen. Sie werden gebildet durch die Operation der Klassifikation, auf die wir im folgenden Abschnitt eingehen werden.

2. Klassifikation

2.1 Klassifikation nach einem Merkmal

Der Prozeß der Klassifikation beginnt, sobald das Kind Gleiches von Ungleichem zu trennen vermag. Bereits vor dem 2. Lebensjahr sind Kinder in der Lage, Gegenstände nach Wahrnehmungskriterien, wie z. B. gleiche Farbe oder gleiche Form zu sortieren. Stott (1961) berichtet, daß sein 15 Monate alter Sohn systematisch alle roten Klötze aus einem Sortiment von verschiedenfarbigen Bauklötzen auswählte. Ricciuti (1965) konnte klassifikatorisches Verhalten bereits bei 12 Monate alten Säuglingen beobachten. Als er ihnen 8 Objekte (z. B. 4 Perlen und 4 Plastilinkugeln) auf dem Tisch verstreut darbot und sie aufforderte, mit diesen Gegenständen zu spielen, zeigten die Kinder in ihren Beschäftigungen bereits ordnendes und gruppierendes Verhalten. Sie berührten z. B. alle Objekte einer Klasse der Reihe nach, legten sie geordnet auf eine Seite oder spielten nur mit den Elementen einer Klasse.

Dieses Gruppieren und Ordnen hat allerdings in seinen Anfängen noch wenig mit logischen Prozessen gemeinsam. Es wird vor allem durch Strukturgesetze der Wahrnehmung (z.B. Gleichheit, raum-zeitliche Nähe) und die Tendenz zur prägnanten Gestalt bestimmt (vgl. Metzger, 1963). Eine Struktur gilt dann als prägnant, "wenn sie eine ausgezeichnete und infolgedessen beständige Ordnung aufweist" (Metzger, 1963, S.231). Ordnungen, die noch nicht als ausgezeichnet erlebt werden, "treten mit dem Anspruch auf Verbesserung, auf Berichtigung... vor uns hin"(Metzger, 1963, S.231). Das Ordnen und Gruppieren von Objekten kann somit als aktive Prägnanzverbesserung aufgrund der Unprägnanz der nichtgeordneten Elemente angesehen werden.

Systematische Untersuchungen über die Entwicklung der Klassifikation sind von Inhelder und Piaget (1964) durchgeführt worden (vgl. auch Flavell, 1963 S. 304ff; Petter, 1966, S. 195ff). Inhelder und Piaget gaben Kindern verschiedenen Alters 32 geometrische Figuren, die sich durch 4 Formen, 4 Farbe und 2 Größen unterschieden, und forderten sie auf, das zusammenzulegen, was zusammengehört. In Abhängigkeit vom Lebensalter der Kinder unterschieden sie drei verschiedene Klassifikationsniveaus.

Die Gegenstände, die die 2-5jährigen Kinder zu eine Gruppe zusammenfaßten, nennen Inhelder und Piaget nicht Klassen, sondern "figurale Kollektionen". Zum Begriff der Klasse gehört die Koordination von Klasseninhalt und Klassenumfang, d.h. alle zu einer Klasse zusammengefaßten Objekte müssen das definierende Merkmal besitzen (Klasseninhalt) und alle Objekte, die das Merkmal besitzen, müssen in der Klasse enthalten sein (Klassenumfang). Die figurale Kollektionen der 2-5jährigen Kinder sind durch das Fehlen eines der beiden oder beider Kriterien gekennzeichnet.

Das Kind mag z.B. beginnen, Quadrate zusammenzulege fügt dann andere Figuren hinzu, die nicht zu der Klasse gehören. Die ausgewählten Gegenstände werden dann u.U. unter einem bedeutungsmäßigen Aspekt gesehen (z.B. um ein Haus oder ein Auto zu legen). Die natürliche Gesamtsituation und die Bedeutungsgebung dominiert vor logischen Gesichtspunkten. Das Merkmal des Klassenumfangs bleibt unberücksichtigt, wenn das Kind nicht alle Quadrate auswählt. Diese Beobachtung, daß Kleinkinder unvollständige Klassen bilden, ist wiederholt bestätigt worden (Lovell/Mitchell/Everett, 1962; Kofsky, 1966; Kofsky/Osler, 1967; Olver/Hornsby, ber. in Bruner/Olver/Greenfield, 1971).

Da Gegenstände immer mehrere Eigenschaften besitzen, können sie auch mehreren Klassen angehören. Kofsky und Osler (1967) stellten bei Klassifikationsversuchen mit dem gleichen Material wie es Inhelder und Piaget benutzten fest, daß Fünfjährige zwar vollständige Klassen bilden konnten, aber signifikant seltener eine einmal gebildete Klasse nach einem zweiten Kriterium umklassifizieren konnten. Das Denken der Kinder scheint noch nicht beweglich genug zu sein, um das geschlossene Ganze einer einmal gebildeten Klasse aufzubrechen und neue Gruppierungsmöglichkeiten durchzuspielen. Erst nach dem 5. Lebensjahr entwicklelt sich das Verständnis dafür, wie Kofsky (1966) in einer Scalogrammanalyse festellen konnte.

Die Klassifikationsversuche der 5-7jährigen Kinder werden von Inhelder und Piaget als eindeutig klassifizierend bezeichnet, da die Kinder vollständige Klassen und auch Untergruppen der Klassen bilden können (z.B. Quadrate in große und kleine oder rote und blaue aufteilen). Inhelder und Piaget sprechen aber noch immer von Kollektionen, und zwar von"nicht-figuralen Kollektionen", da den Kindern noch ein klassifizierender Gesamtplan und das Verständnis für die Einschachtelung von Klassen fehlen.

Die Kinder neigen in diesem Alter noch zu Unstimmigkeiten im Aufbau der Anordnung. Sie unterteilen z.B. die Kreise weiter in rote und blaue, die Rechtecke gar nicht und die Quadrate in große und kleine. Oder sie ordnen die Rechtecke zuerst nach der Farbe und unterteilen sie dann nach der Größe und die Kreise zuerst nach der Größe und dann nach der Farbe.

Erst auf der dritten Stufe besitzt das Kind einen klassifizierenden Gesamtplan, nach dem die geometrischen Figuren einheitlich in Klassen und Unterklassen geordnet werden.

Denney (1972 a und b) hat in zwei verschiedenen Experimenten Piaget's Dreiteilung des Klassifikationsprozesses überprüft und mit Wygotski's Klassifikationsexperiment (1969), in dem Klötze mit sinnlosen Silben gekoppelt werden (auf das wir hier aber nicht näher eingehen), verglichen. Denney (1972b) gab je 36 Kindern von 2, 3 und 4 Jahren dieselben geometrischen Figuren und forderte die Kinder in der gleichen Weise auf, Zusammengehöriges zusammenzulegen, wie Piaget und Inhelder es getan haben. Ihre Ergebnisse weichen jedoch beträchtlich von Piaget's Befunden ab. Sie konnte nicht bestätigen, daß das Herstellen von figuralen und nicht-figuralen Kollektionen Stadien sind, die echten Klassifikationen nach einem Gesamtplan vorausgehen.
Weder die figuralen noch die nicht-figuralen Gruppen stehen in dieser Untersuchung in einer Beziehung zum Alter der Vpn. Auf allen drei Altersstufen bilden die Kinder mehr vollständige Klassen, denen nur noch der Gesamtplan fehlt, also nicht-figurale Kollektionen, als figurale Gruppen. Selbst die zweijährigen Kinder bildeten mehr als doppelt soviel nicht-figurale wie figurale Gruppen. Von den 36 4jährigen Kindern waren sogar 11 in der Lage, Klassifikationen nach einem klassifizierenden Gesamtplan durchzuführen (3.Stufe).

Denney konnte auch Piaget's Befunde, daß das Klassifizieren nach gleichzeitig zwei Merkmalen erst nach dem 5. Lebensjahr sich entwickelt, nicht bestätigen. Auf jeder Altersstufe klassifizierten die Kinder häufiger nach zwei als nach einer Dimension.

In Denney's Untersuchung zeigen Kinder also erheblich früher echtes klassifikatorisches Verhalten als in den Versuchen von Inhelder und Piaget (1964).
Denney erklärt sich den Unterschied durch die zunehmende Bedeutung, die die Vorschulerziehung vor allem in den USA durch Fernsehprogramme, Kindergarten-Curricula und pädagogisch wertvolles Spielzeug inzwischen bekommen hat. Kinder lernen durch diese Förderung viel früher Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen verschiedenen Merkmalen von Gegenständen herauszufinden. Diese Fähigkeiten fördern den Klassifikationsprozeß. Wenn Denney's Vermutung zutrifft, ist das ein eindrucksvolles Beispiel, wie breitgestreute Verbesserungen von Anregungsbedingungen und Lernmöglichkeiten Änderungen im kognitiven Niveau bei Kleinkindern bewirken können.
Damit scheint es überhaupt wenig sinnvoll zu sein, zwischen den drei verschiedenen Klassifikationsstufen und bestimmten Altersbereichen eine feste Beziehung anzunehmen.

Neben günstigen Lernbedingungen, die offensichtlich einen größeren Einfluß haben, als Piaget angenommen hat, ist außerdem das zu klassifizierende Material für die Höhe des Klassifikationsniveaus von Bedeutung. Olver und Hornsby (berichtet in Bruner/Olver/Greenfield, 1971) untersuchten das Entstehen von Klassifikationsregeln bei Kindern und Jugendlichen im Alter von 6-19 Jahren an Wortreihen (z. B. Banane, Pfirsich, Kartoffel, Fleisch, Milch, Luft, Bazillen). Die Vpn erhielten zunächst nur die ersten beiden Wörter einer Serie und wurden dann gefragt, worin sie sich ähnlich seien. Dann wurde das dritte Wort gegeben, und es wurde wieder nach

der Gemeinsamkeit aller drei Wörter gefragt, dann das vierte Wort usw. bis zum letzten.
Jedesmal sollten die Vpn das Gemeinsame der Objekte ausfindig machen. Olver und Hornsby fanden bei den Klassifikationsbemühungen der Kinder drei verschiedene Regeln:

(1) Klassifikation nach einem Oberbegriff.
Es wird ein allen Wörtern gemeinsamer Oberbegriff gefunden. Das Finden einer gemeinsamen Bezeichnung wird um so schwieriger, je größer die Anzahl der Wörter ist, die zusammengefaßt werden müssen. Da besonders den jüngeren Kindern das Formulieren eines Oberbegriffes Schwierigkeiten bereitet, weichen sie auf zwei andere aus: Sie bilden komplexe oder thematische Gruppierungen.

(2) Komplexe Gruppierungen.
Das Kind gruppiert z. B. zwei oder drei Gegenstände unter einem Aspekt und läßt die anderen unberücksichtigt. ("Ein Telefon ist wie ein Radio, ich weiß das. Eine Glocke und eine Hupe machen Töne. Aber über die Zeitung weiß ich nichts") oder ein Wort aus der Serie dient als zusammenfassender Begriff ("Bazillen sind in der Banane, dem Pfirsich, der Kartoffel ..."
Die Bezeichnung "komplexe Gruppierung" wurde erstmals in den frühen dreißiger Jahren von Wygotzki (1969) gebraucht, um inkonsistente Klassen zu bezeichnen.

(3) Thematische Gruppierungen.
Die Elemente, die zu einer Gruppe zusammengefaßt sind, stehen in irgendeiner Beziehung zueinand sind untereinander aber nicht ähnlich oder gleich

("Der kleine Junge aß eine Banane auf dem Weg zum Geschäft, um Pfirsiche und Kartoffeln zu kaufen"). Diese thematischen Gruppierungen ähneln den Gruppierungen nach natürlichen Gesamtsituationen, die nach Werner (1953) charakteristisch für das kindliche Denken und die Begriffsbildung des Kindes sind (Vgl. auch Wertheimer, 1911). Weigel (zit. bei Werner, 1953, S. 165f) beschreibt ein sehr schönes Beispiel, wie ein 7jähriger Junge aus einer größeren Menge von Gegenständen einige vom logischen Standpunkt aus völlig unterschiedliche Gegenstände unter dem Gesichtspunkt einer phantasiemäßigen Handwerkssituation zusammenfaßt. "Hammer-Pritsche ("die kann mer mit dem Hämmerche mache") - Kerze ("wo mer Licht macht, wenn mer hämmere tut") - Zündholzschachtel ("wo mer die Kerze mit anstecke tut") - Brot ("wo mer esse tut, wenn mer Hunger hat") - Pfeife ("und dann Klob dazu raucht") - Dackel ("und das Hundche muß aufpasse, wenn mer fortgeht")" (S. 166).

Mit fortschreitendem Alter nehmen die komplexen und thematischen Gruppierungen ab und die Bildung von Oberbegriffen zu. Dabei hängt das Bilden eines Oberbegriffes allerdings von der Zahl der Objekte und Unterschiedlichkeit der Objekte ab, die zusammengefaßt werden müssen. Soll z.B. nur für zwei oder drei Objekte ein gemeinsames Merkmal gefunden werden, so gelingt die Aufgabe früher. Je mehr Wörter zusammengefaßt werden müssen, um so eher fallen auch Ältere wieder auf die teilweisen Strukturierungen zurück.

Zusammenfassend können wir also festhalten, daß das Klassifikationsniveau bei Kindern nicht allein vom Alter abhängt, sondern auch von dem Material, der Komplexität der Aufgabe, der Zahl der zu klassifizierenden Objekte und allgemeinen Anregungs- und Lernbedingungen.

2.2 Bevorzugte Dimensionen zur Klassifikation

In einigen Experimenten hat man sich mit der Frage beschäftigt, ob Kinder im Klassifikationsprozeß bestimmte Dimensionen bevorzugen, nach denen sie das Reizmaterial gruppieren. Ältere, in ihren Ergebnissen aber nicht einheitliche Untersuchungen legen die Vermutung nahe, daß die Farb- oder Formbevorzugung altersabhängig ist. In einigen Untersuchungen bevorzugten Kleinkinder eher Farben (Katz; Descoudres), in anderen eher Formen (Coley; Robertson) als Klassifikationskriterium (zit. in Sigel, 1964, S. 228 ff).

Diese Frage ist auch in neueren Untersuchungen wieder aufgegriffen worden. Jedoch sind auch hier die Ergebnisse nicht einheitlich. Kofsky und Osler (1967) fanden in einem Klassifikationsexperiment mit geometrischen Figuren, daß 5-jährige Kinder signifikant häufiger nach Farben, 8- bis 11-jährige Kinder dagegen nach Formen klassifizierten. Corah (1966) fand ebenfalls signifikant mehr Farb- als Formbevorzugung bei Kindergartenkindern. Allerdings hing die Farbbevorzugung erheblich von der Reizkonfiguration ab. In diesem Experiment sollten Kinder zu einem bestimmten Standardreiz, einem Farb-Form-Muster, jenes von zwei anderen Mustern auswählen, welches dem Standardreiz am ähnlichsten war. Die beiden Vergleichmuster stimmten aber entweder nur in der Farbe oder nur in der Form mit dem Standardreiz überein. In Corah's Versuch stellte sich heraus, daß das Kind um so häufiger das Farb-Muster wählte, je größer die Farbfläche und je komplexer die Figur war. Harris, Schaller und Mitler (1970) fanden dagegen mit einem ähnlichen experimentellen Verfahren, daß sowohl Kindergartenkinder, als auch Erst- und Zweitklässler häufiger Formen als Farben bevorzugten.

Farbwahlen kamen bei Kindergartenkindern noch relativ häufig vor, bei den Kindern der dritten Klasse dagegen selten. Auch Denney fand in ihrem zweiten Klassifikationsexperiment (1972 a) eine Zunahme der Farbbevorzugung als Klassifikationskriterium bis zum 6. Lebensjahr, dann eine Abnahme. Die Formen wurden dagegen mit zunehmendem Alter (untersuchte Altersgruppen 2, 4, 6, 8, 12, 16 Jahre) immer beherrschender.

Die angeführten Arbeiten unterscheiden sich hinsichtlich des prozentualen Anteiles von Farb- und Formbevorzugung innerhalb der Altersbereiche. In einigen Arbeiten ist im Kindergartenalter der Anteil der Farb-, in anderen die Formbevorzugung größer. Alle Arbeiten stimmen dagegen überein, daß mit zunehmendem Alter die Formbevorzugung zu- und die Farbbevorzugung abnimmt.

Seltener als Form und Farbe spielt die Größe bei der Klassifikation von Objekten eine Rolle, und zwar nicht nur bei Vorschulkindern, sondern auch bei 8- und 11-jährigen Kindern (Kofsky/Osler, 1967). Dagegen hat die Funktion der Gegenstände als Klassifikationskriterium nur bei 5- und 6-jährigen Kindern keine Bedeutung. Bei älteren Kindern tritt sie in den Vordergrund, wie Olver und Hornsby (berichtet in Bruner/Olver/Greenfield, 1971) in einem zweiten Klassifikationsexperiment mit 42 Karten, auf denen bekannte Objekte abgebildet waren, nachweisen konnten.

Dieser Befund mag auf den ersten Blick überraschen (Bühler, 1967; Metzger, 1963), da Kleinkinder bei Wortdefinitionen vorwiegend den Zweck eines Gegenstandes angeben. Es ist aber offensichtlich schwerer, verschiedene Gegenstände auf ihre gemeinsame oder verschiedene Funktion zu untersuchen und Gegenstände mit gleichen Funktionen zusammenzufassen, als die Funktion eines Gegenstandes überhaupt zu erkennen.

2.3 Ordnungssysteme von Klassen

Erst wenn das Kind die Fähigkeit besitzt, konsistente Klassen zu bilden, entwickelt sich auch das Verständnis dafür, daß Klassen zueinander in Beziehung treten und Ordnungssysteme bilden können. Beziehungen zwischen Klassen können multiplikativer oder additiver Art sein.
Wenn man z. B. in einer 3 x 3 Matrix geometrische Figuren so anordnet, daß in den Spalten gleiche Formen (Quadrat, Kreis, Dreieck) und in den Zeilen gleiche Farben (rot, blau, gelb) untergebracht sind, so entsteht jeweils im Schnittpunkt von Spalte und Zeile die Klasse, bei der Farbe und Form multipliziert sind (s. Abb. 4)

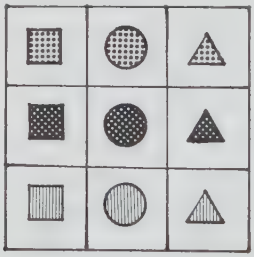


Abb. 4: Multiplikation von Form und Farbe.

Die Klasse der Dreiecke und die Klasse der gelben geometrischen Figuren wird z. B. multipliziert zur Klasse der gelben Dreiecke. Der Multiplikation von Klassen entspricht im mengentheoretischen Konzept die Bildung von Schnittmengen (vgl. Abb. 5).

Abb. 5: Bildung einer Schnittmenge

Eine Addition von Klassen besteht z. B. dann, wenn die Klasse der Dreiecke und die Klasse der Nicht-Dreiecke zur Klasse der geometrischen Figuren addiert wird (A + A' = B).

Logische Multiplikationen und Additionen bereiten den Kindern bis etwa zum 8. Lebensjahr Schwierigkeiten. Die Leistungen der Kinder hängen jedoch von einigen Faktoren ab, die die strukturelle Höhe der Antworten wesentlich beeinflussen, so daß unter günstigen Bedingungen wesentlich jüngere Kinder Multiplikationen und Additionen beherrschen.

2.3.1 Multiplikation von Klassen

Inhelder und Piaget (1964) untersuchten die Entwicklung der Klassenmultiplikation an Kindern verschiedener Altersstufen. Bei einer Aufgabe sollten die Kinder z. B. eine Reihe Laubblätter verschiedener Farben (unter Ausschluß des grünen Blattes) und eine Spalte grüner Gegenstände (Blume, Buch, Birne, Hut) miteinander multiplizieren (vgl. Abb. 6). Die Aufgabe bestand darin, den Gegenstand herauszufinden, der beiden Klassen zugleich angehörte (das grüne Laubblatt).

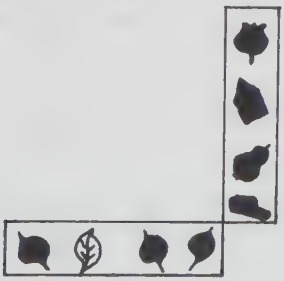


Abb. 6: Multiplikation von Klassen
(aus: Inhelder/Piaget, 1964, S. 178)

9- bis 10jährige Kinder fanden die Lösung relativ schnell. Aber nur 12,5 % der 5- bis 6-jährigen Kinder gaben richtige Antworten. Die Kinder dieser Altersstufe achteten nur auf eine Klasse (auf das Blatt oder den grünen Gegenstand), nicht aber auf die Kombination beider Merkmale.

Eine andere Form multiplikativer Klassifikation verlangten Lovell, Mitchell und Everett (1962). Sie gaben 5- bis 10-jährigen Kindern Karten, auf denen schwarze oder weiße und laufende oder sitzende Kaninchen gezeichnet waren.
Folgende Kombinationen waren möglich:

		Bewegung	
		laufend	sitzend
Farbe	schwarz	schwarz und laufend	schwarz und sitzend
	weiß	weiß und laufend	weiß und sitzend

Die 5-jährigen Kinder bildeten zwar Einzelklassen, vermochten sie jedoch nicht zu einem multiplikativen System zu verbinden. Dazu waren erst 8-jährige Kinder in der Lage.

Das strukturelle Niveau der Kinder hängt aber nicht nur vom Lebensalter ab, sondern auch von der Qualität der Anregungsbedingungen der Umgebung des Kindes. Wei, Lavatelli und Jones (1971) und Overton, Wagner und Dolinsky (1971) stellten übereinstimmend fest, daß Unterschichtkinder signifikant schlechtere Leistungen bei Klassenmultiplikationen und anderen Klassifikationsaufgaben zeigten als Mittelschichtkinder. Diese Ergebnisse stimmen mit anderen Untersuchungen über schichtenspezifische Einflüsse auf das Denkniveau von Kindern überein.

Die Multiplikation von Klassen ist in dem häufig gebrauchten Test "Coloured Progressive Matrices" von Raven systematisch durchgeführt worden. Piaget und Inhelder (1972b) wenden gegen diesen Test ein, daß sich "diese Matritzentechnik nicht ohne weiteres als Operativitätstest verwerten läßt" (S. 104), da man zwei voneinander verschiedene Lösungsverfahren benutzen könne: "eine figurale, die sich auf die Wahrnehmungssymmetrien stützt, und eine operative, die auf einer doppelten Klassifikation begründet ist und Schlußfolgerungen im eigentlichen Sinne erfordert" (S. 104).

Die figuralen Lösungen sind mit 4 bis 5 Jahren am häufigsten und nehmen dann zum 8. Lebensjahr hin ab. Die operativen Lösungen verlaufen in umgekehrter Richtung. Sie sind mit 4 Jahren noch gar nicht zu finden und steigen bis zum 8. Lebensjahr auf 88 % an. Das Kriterium für die Zugehörigkeit zur figuralen oder operativen Gruppe ist nach Piaget und Inhelder die Qualität der kindlichen Begründung für ihre Wahlen, d.h. ob man aufgrund der Begründungen auf ein operatorisches Niveau schließen kann.

Es ist aber fraglich, ob man erst dann von operativen oder einsichtigen Lösungen sprechen kann, wenn das Kind eine angemessene Lösung für sein Urteil abgibt. Die gestaltpsychologischen Untersuchungen (Köhler, Wertheimer) haben gezeigt, daß Einsicht aus dem Erfassen der figuralen Gesamtsituation entsteht. Die richtige Lösung wird "eingesehen", auch wenn der Denkende für seinen Lösungsweg keine Begründung geben kann. Auch eine figurale Lösung kann eine operative Lösung sein, da in beiden Fällen die Leistung der Multiplikation bestehen bleibt. Wenn ein Kind keine angemessene Begründung für seine Wahl gibt, kann das eher ein sprachliches als ein logisches Problem sein.

2.3.2 Klasseninklusion

Um die hierarchische Ordnung von Klassen und Unterklassen und ihre quantitativen Beziehungen (Inklusion) zu untersuchen, boten Inhelder und Piaget (1964, Kap.4) den Kindern Karten, auf denen Tiere abgebildet waren: Enten (Klasse A), andere Vögel (Klasse A') und Tiere, die keine Vögel waren (Klasse B). Daraus ergibt sich der hierarchische Aufbau: Enten + andere Vögel = Vögel ; Vögel + andere Tiere = Tiere; oder in Symbolen: A + A' = B; B + B' = C.

Die Karten wurden in durchsichtige, ineinanderstellbare Schalen geordnet, um die hierarchischen Beziehungen zu verdeutlichen. Wenn die Karten richtig eingeordnet waren, stellte der Vl einige Fragen, z.B.: "Kann man die Enten auch in die mittlere Schachtel (zu den anderen Vögeln) legen?" - "Kann man auch den Papagei zu den Enten legen?"

Bis zum Alter von 5 Jahren haben die Kinder Schwierigkeiten, die hierarchische Ordnung herzustellen.
Mit 7/8 Jahren gelingt zwar die Anordnung, doch werden die Testfragen falsch beantwortet. Die Kinder erkennen

z.B. nicht, daß Vögel nicht notwendigerweise Enten sind. Erst auf der dritten Stufe weiß das Kind, daß der Einschluß der Unterklasse A in die umfassendere Klasse B die Identität der Klasse A nicht zerstört. Das Kind kann jetzt die Unterklasse mit der Oberklasse quantitativ vergleichen.

Die Klasseneinschachtelung wurde geprüft, indem man dem Kind eine Schachtel mit Holzperlen (Klasse B) gab. Die Mehrzahl war braun (Klasse A), zwei waren weiß (Klasse A'). Die Frage: "Gibt es mehr weiße Perlen oder mehr Holzperlen?" beantworten erst 7-8jährige Kinder richtig (Piaget/Szeminska, 1965, S. 211ff). Jüngere Kinder übersehen, daß in der Gesamtklasse B mehr Elemente enthalten sind als in der inbegriffenen Klasse A. Die Frage: Gibt es mehr A oder mehr B?, wandelt es um in einen Vergleich von A und A'. Es ist noch nicht in der Lage, gleichzeitig das Teil (A) und das Ganze (B) zu sehen und vergleicht daher die Mengen der beiden inbegriffenen Klassen.

Piaget's Ergebnisse sind in Nachuntersuchungen im Wesentlichen bestätigt worden, doch zeigen sich Unterschiede in der Angabe des Alters, wann die Inklusion beherrscht wird. Piaget berichtet erstaunlicherweise selbst von solchen Leistungsunterschieden. Die Frage, ob auf dem Schulhof mehr Mädchen oder mehr Kinder herumliefen, wurde z.B. früher richtig beantwortet als die Perlen-Aufgabe (Piaget/Szeminska, 1965, S.219). Noch schwieriger als diese Aufgabe scheint die Frage zu sein, ob es mehr Vögel oder mehr Tiere bzw. mehr Vögel oder mehr Enten gibt (Inhelder/Piaget, 1964). Die Mädchen-Kinder-Aufgabe beantwortete die Hälfte der 6jährigen richtig, die Vögel-Enten-Aufgabe aber erst ein Viertel der 8-9jährigen Kinder.

Lovell, Mitchell und Everett (1962) wiederholten das Experiment von Inhelder und Piaget nahmen aber statt Bildkarten Spielzeugtiere. Fragen in der abstrakteren

Form, wie Piaget sie stellte, erwiesen sich als ebenso schwierig, wie in Piaget's Experiment. Wenn man jedoch die Frage konkretisierte, indem der VL fragte, ob noch Tiere übrigblieben, wenn man alle Vögel tötete und ob noch Enten übrigblieben, wenn man alle Vögel tötete, stieg die Zahl der richtigen Antworten erheblich an. In der konkreten Form gaben mehr 8-jährige Kinder richtige Antworten als in der abstrakten Form die 10-jährigen Kinder.
Wir können also festhalten: Wenn man die Fragen dem geistigen Niveau des Kindes anpaßt, erweist sich das Denken der 8-jährigen Kinder als hinreichend systematisch und beweglich, um Hierarchisierungen und Inklusionsprobleme zu bewältigen.

Über die Frage, ob die Klasseneinschachtelung eher erkannt wird, wenn man dem Kind das Problem rein sprachlich oder mit Unterstützung von Kartenmaterial bietet, liegen zwei gegensätzliche Aussagen vor. Wohlwill (1968) gab einer Gruppe von 5- bis 6-jährigen Kindergartenkindern die Inklusionsaufgabe in der üblichen Form mit Bildmaterial und einer zweiten Gruppe rein verbal. In drei von vier Experimenten waren die Kinder erfolgreicher, wenn die Frage rein verbal gestellt wurde. Jennings (1970) fand dagegen keine Verbesserung bei sprachlich gebotenen Aufgaben. In seiner Untersuchung waren die Kinder bei bildlicher Darstellung der Aufgabe erfolgreicher. Jennings wählte allerdings strengere Kriterien für das Beherrschen von Inklusionsbeziehungen. Er verlangte nicht nur eine richtige Beurteilung, sondern auch eine adäquate Begründung.

Aber nicht nur von der Art zu fragen, sondern vor allem auch von dem zahlenmäßigen Verhältnis der Unterklasse kann das Leistungsniveau abhängen.
6- und 8-jährige Kinder gaben nämlich in der Untersuchung von Ahr und Youniss (1970) am häufigsten dann richtige Antworten, wenn die Unterklassen numerisch gleich oder fast gleich waren. Bei 10-jährigen Kindern hatte dieser Unterschied keinen Einfluß auf das Leistungsniveau.

Zusammenfassend kann man sagen, daß im Kindergartenalter (dem für uns interessanten Altersbereich) Klassenmultiplikationen und -additionen nur von wenigen Kindern beherrscht werden.
Erst im Alter von 8 bis 10 Jahren erweisen sich diese Operationen als ausreichend systematisch und beständig. Jedoch kann man eine deutliche Abhängigkeit des Leistungsniveaus von situativen Bedingungen beobachten, wie z. B. der Vertrautheit mit dem Material, der Art der Fragestellung (konkret oder abstrakt, rein verbal oder mit bildlicher Unterstützung) und dem zahlenmäßigen Verhältnis der Unterklassen. Die Altersangaben, wann Inklusionsprobleme und Multiplikationen beherrscht werden, schwanken daher von 5 bis 12 Jahren.
Darin zeigt sich deutlich, daß beim Erwerb von Strukturen und Begriffen nicht nur die natürliche Entwicklung, sondern vor allem auch Bedingungen des Lernens von Bedeutung sind. Wenn aber das Lernen eine wichtige Rolle spielt, ergibt sich notwendigerweise die Frage, ob beide Operationen durch Übungsprogramme systematisch gefördert werden können.

2.4 Übungseinflüsse bei Klassifikationsaufgaben

In einigen Experimenten zeigt sich, daß auch relativ kurzzeitige Übungseinflüsse eine wesentliche Verbesserung im Leistungsniveau der Kinder bewirken können.

Parker, Rief und Sperr (1971) gaben je 20 Kindern im Alter von 4 1/2, 6 und 7 1/2 Jahren je fünf Aufgaben, bei denen Gegenstände nach den Dimensionen Farbe und Form in 2 x 2-Matrizen angeordnet werden mußten. Die Hälfte der Kinder, die diese Aufgabe nicht lösen konnten, erhielt entsprechend einer vorher durchgeführten Aufgabenanalyse ein Übungsprogramm, in welchem in 13 verschiedenen Einzelschritten die Schwierigkeiten der Klassenmultiplikation erarbeitet wurden. Die Kinder der jüngsten Altersgruppe profitierten noch gar nicht von den Lernanregungen. Die 6- und 7 1/2-jährigen Kinder zeigten dagegen in einem Nachtest, in welchem nicht nur die Dimensionen Farbe und Form, sondern auch andere Eigenschaften z. B. Anzahl, Größe und Richtung von Gegenständen multipliziert werden mußten, deutlich bessere Leistungen als die Kinder der Kontrollgruppe. Die Kinder der Übungsgruppe waren also in der Lage, den Multiplikationsbegriff auf neue Dimensionen zu übertragen.

Jacobs und Vandeventer (1971) fanden ebenfalls signifikant mehr richtige Antworten in einem Nach- und einem Transfertest einer Trainingsgruppe, die ein strukturiertes individuelles Übungsprogramm erhalten hatte, als bei einer Kontrollgruppe.

In dem Matrizentest von Raven, der ebenfalls als Transfertest gegeben wurde, war dagegen kein Leistungsunterschied festzustellen. Offensichtlich reichten die Strukturverbesserungen nicht so weit, daß auch Übertragungen auf die Testaufgaben der "Coloured Progressive Matrices" gelingen.

Montada (1968) versuchte durch Mobilisierung des Denkens, die in enger Beziehung zur Reversibilität steht, Klassenmultiplikationen und Klasseninklusionen zu fördern. Mobilität ist nach Piaget immer dann erforderlich, wenn verschiedene Informationen eines Gegenstandes (bei Multiplikationen z. B. Form und Farbe) gleichzeitig erfaßt und verarbeitet werden müssen.

Montada gab seinen Vpn (6;7 Jahre alt) eine 4 x 4-Matrix mit geometrischen Figuren (4 Formen und 4 Farben). Die Übung bestand nun darin, im raschen Wechsel die Form einer Reihe und die Farbe einer Spalte zu bestimmen. Auf diese Weise sollte erreicht werden, daß die Vpn bei Ergänzungsaufgaben nicht nur eine, sondern beide Dimensionen beachteten.

In ähnlicher Form ging Montada bei Inklusionsaufgaben vor. Hier mußten die Elemente der Oberklasse und die der Unterklasse im raschen Wechsel bestimmt werden. Von einer Anordnung roter und gelber Plättchen mußte die Versuchsperson einmal die roten Plättchen (Unterklasse) und einmal die Plättchen (Oberklasse) usw. zeigen.

Dadurch sollte erreicht werden, daß die Vpn die gleichen Elemente einmal als Unterklasse und einmal als Teil einer Oberklasse erkannten. Sowohl bei den Klassenmultiplikationen als auch bei den Inklusionen waren die Übungsgruppen den Kontrollgruppen, in denen der Wechsel der Dimensionen nicht durchgeführt wurde, signifikant überlegen.

Mouw und Hecht (1973) versuchen auf einem anderen Wege, und zwar in Anlehnung an den Ansatz von Gagné, das Erkennen von Inklusionsbeziehungen aufzubauen. Gagné verwendet den Begriff des Lern-sets nicht nur im Hinblick auf Erleichterungen späteren Lernens durch vorgegangenes Lernen, sondern bereits im allgemeineren Sinne für umschreibbare, untergeordnete, intellektuelle Fertigkeiten. Solche einfacheren Fertigkeiten oder Strukturen erwerben die Kinder in diesem Experiment an motorischen (z. B. Gegenstände in Reihen legen, gruppieren, ordnen, Klassen aufteilen usw.) und verbalen Aufgaben (z.B. Vergleiche, Beziehungen, Unterscheidungen zwischen Klassen) zur Hierarchisierung von Klassen .
Die Trainingsgruppe zeigte in einem Nachtest im Vergleich zu einer Kontrollgruppe signifikant bessere Leistungen bei Inklusionsaufgaben, obwohl diese nicht direkt geübt worden waren.

Erfolge erzielten auch Ahr und Youniss (1970) mit einem Korrekturtraining, das darin bestand, jede falsche Antwort des Kindes in einer angemessenen Form zu erläutern und zu korrigieren. Von dem Training profitieren sowohl 6-, als auch 8-jährige Kinder, doch zeigen die 6-jährigen Kinder einen geringeren Leistungszuwachs als die 8-jährigen.

Das erfolgreichste Trainingsexperiment zum Problem der Inklusion stammt von Kohnstamm (1969). Er verstand es, sogar 5-jährigen Kindergartenkindern durch ein komplexes didaktisches Übungsprogramm Einsicht in Inklusionsbeziehungen zu vermitteln. Kohnstamms Verfahren ist durch geschicktes Fragen, kindgemäßes Erläutern und das Lenken der Aufmerksamkeit auf die unbeachteten Teile der Aufgabe gekennzeichnet. Dem Kind werden keine fertigen Lösungen oder Regeln geboten, sondern es werden die Bedingungen so gesetzt, daß es zur Einsicht gelangen kann.
Die Kinder zeigen nach den Übungen eindeutig operatorisches Denken: Die Begründungen ihrer Urteile sind angemessen, der erworbene Begriff kann auf neue Probleme übertragen werden und einige Kinder können Inklusionsaufgaben selbst konstruieren. Das Leistungsniveau der Kinder ist jedoch wesentlich abhängig von dem Material, mit dem die Übungen durchgeführt wurden.
Die pädagogischen Bemühungen waren erheblich erfolgreicher, wenn die Übungsaufgaben mit Lego-Steinen, also mit einem einfach strukturierten Material und nicht rein sprachlich oder in Form von Bildern gegeben wurden.

Klassenmultiplikationen und Inklusionen können also durch angemessene Verfahren, die Rücksicht auf die Organisation des kindlichen Wahrnehmens und Denkens nehmen, erfolgreich gefördert werden. Die spontane Auseinandersetzung des Kindes mit seiner Umwelt wird durch vorsichtige Lenkung und Führung beeinflußt, so daß Strukturen erworben werden, die sonst erst bei älteren Kindern anzutreffen sind.

Zusammenfassung der Untersuchungen zur Klassifikation

Die Operation der Klassifikation entwickelt sich nach Piaget in einem dreistufigen Aufbau. Nach der Phase der "figuralen Kollektionen", die durch fehlende Koordination von Klasseninhalt und Klassenumfang gekennzeichnet ist, folgt die Phase der "nicht-figuralen Kollektionen". Auf dieser Stufe können die Kinder (ab etwa 5 Jahren) zwar vollständige logische Klassen bilden, doch kommen noch Unstimmigkeiten in der Aufteilung der Klasse in Unterklassen vor. Erst auf der dritten Stufe (ab etwa 7-8 Jahren) geht das Kind nach einem klassifizierenden Gesamtplan vor.
Doch scheint es, wie Nachuntersuchungen zeigten, wenig sinnvoll zu sein, ein bestimmtes Klassifikationsniveau mit festen Altersangaben zu koppeln. Bereits ein Drittel der 4jährigen konnte in der Untersuchung von Denney dem Stadium 3 zugeordnet werden, und mit zwei Jahren waren bereits mehr als doppelt soviel nicht-figurale wie figurale Kollektionen zu finden. Die Höhe des Klassifikationsniveaus hängt nicht nur vom Alter, sondern auch wesentlich von allgemeinen Anregungs- und Lernbedingungen, von der Komplexität der Aufgabe, der Art der Aufgabenstellung und dem zu klassifizierenden Material ab.

Das Bilden von Ordnungssystemen und Hierarchisierungen von Klassen bereitet den Kindern größere Schwierigkeiten als die Konstruktion konsistenter Klassen. Logische Multiplikationen erfordern Kombinationsfähigkeit und Beweglichkeit des Denkens. Piaget sieht darin Vorläufer der wissenschaftlichen Methode, systematisch Kombinationen von Variablen aufzufinden. Dieses formal-logische Denken bildet sich normalerweise erst bei dem 10- bis 11-jährigen Kind heraus, doch kann man bei einfachen, übersichtlichen Aufgaben mit wenig zu kombinierenden Dimensionen und kindgemäßer Fragestellung bereits relativ früh systematische Ansätze finden. Ein Mangel oder Reichtum an Anregungsbedingungen kann dabei zu einem Unterschied des Leistungsniveaus führen.

Klasseninklusionen werden offensichtlich von Kindern am spätesten beherrscht. Einige Experimente legen auch bei diesen Aufgaben die Vermutung nahe, daß bestimmte situative Faktoren wie z. B. die Vertrautheit mit dem Material, die Art der Fragestellung und das zahlenmäßige Verhältnis der Unterklassen einen wesentlichen Einfluß auf das Erkennen von Inklusionsbeziehungen haben.

In einigen Trainingsexperimenten, in denen zunächst grundlegende Strukturen aufgebaut wurden, konnte nachgewiesen werden, daß nicht nur bei älteren, sondern auch bereits bei Vorschulkindern eine Förderung des Multiplikations-und Inklusionsverständnisses möglich ist.

3.) Gliederungsfähigkeit

Für den Erwerb des Zahlbegriffs ist nicht nur von Bedeutung, Mengen von Gegenständen nach gemeinsamen Merkmalen zu klassifizieren und Beziehungen zwischen den Klassen und Unterklassen herzustellen, sondern auch, die gebildeten Mengen zu gliedern und zu strukturieren. Es muß der Teil (das Einzelelement) und das Ganze (die Menge oder die Klasse) vom Kinde beachtet werden.
Die Fähigkeit, akustische Lautung unserer Sprache und optische Formgebilde wie z. B. Schriftzeichen und Mengen zu durchgliedern wird als Voraussetzung für den Erwerb der Kulturtechniken wie Lesen, Schreiben und Rechnen angesehen.

Wie bereits dargestellt, ist das vorzahlige Mengenerleben vorwiegend wahrnehmungsgebunden. Die Beurteilung der Mächtigkeit einer Menge geschieht weniger aufgrund der Anzahl der Elemente, sondern mehr infolge der räumlichen Verteilung und der Größe der Objekte. Die Ursache dafür ist in der Ganzbestimmtheit der kindlichen Wahrnehmung zu suchen.
Sollen Kleinkinder eine Mengengestalt (z. B. das aus dem Kern'schen Grundleistungstest bekannte Zehn-Punkte-Muster) nachzeichnen, so kommt es zu charakteristischen Veränderungen in der Wiedergabeleistung (Metzger, 1956, S. 605). Das Punktmuster verliert seine charakteristische Form. Die einzelnen Glieder behalten nicht mehr ihre Funktion als natürliche Teile des Ganzen; sie erhalten einen anderen Ort im Aufbau des Musters und werden in veränderter Anzahl wiedergegeben. Die Punkte sind - wie Metzger (1956) formuliert - "nur noch Material, Stoff, den eine bestimmte Textur oder Formbeschaffenheit des Ganzen ... begründet" (S.605

Mit fortschreitender Entwicklung erfolgt dann der Übergang von der Textur zur Struktur, d. h. erst allmählich gliedern sich Unterganze und Einzelelemente aus dem Ganzen heraus.

In verschiedenen Experimenten ist man der Frage nachgegangen, zu welchem Zeitpunkt das Kind Teilinhalte und Einzelheiten des Wahrgenommenen erkennt.
Winnefeld (1959) ließ Bauklötze aus haufenförmigen und gestaltgebundenen Anordnungen suchen.
Pfaffenberger (1960) forderte die Kinder in seiner Untersuchung auf, möglichst genaue Äußerungen über Strichfiguren zu machen.
Nickel (1967) legte 4- bis 7-jährigen Kindern in zwei Aufgabentypen Umrißzeichnungen von bekannten Gegenständen vor. Bei dem ersten Aufgabentyp sollten die Kinder an einer von zwei Abbildungen eines Gegenstandes fünf Veränderungen erkennen.
Bei dem zweiten Aufgabentyp mußten von vier Abbildungen eines Gegenstandes diejenige herausgesucht werden, die mit einer fünften identisch war, während die drei anderen in je einem Detail von ihr abwichen. Alle drei Untersuchungen zeigten, daß bereits 5-jährige Kinder bei vertrauten und interessanten Gegenständen Einzelheiten und Teile erfassen. Es kam aber auch zum Ausdruck, daß die Kinder in ihrem unbeeinflußten, spontanen Wahrnehmen noch vielfach zu ganzheitlicher Auffassung neigen.
Nickel (1967) fand z. B. bei einem Teil der 4-jährigen noch "eine mehr oder weniger große Unsicherheit" (S. 77), wenn die Kinder gleiche Gegenstände (zweiter Aufgabentyp) heraussuchen sollten.
Sowohl in der visuellen (Nickel, 1967), als auch in der von Schmalohr (1968) untersuchten akustischen Durchgliederungsfähigkeit (Satz-, Wort-, Laut- und Vokalunterscheidungen), ließ sich erst im 6. Lebensjahr ein bedeutsamer Leistungsfortschritt feststellen.

Schmalohr (1968) gibt z.B. für die Entwicklung der akustischen Durchgliederungsfähigkeit folgende Prozentwerte an: 14% der 4jährigen, 70% der 5jährigen und 93% der 6jährigen Kinder.

Die von gestaltpsychologischer Seite beobachtete Tatsache, daß die Entwicklung der Wahrnehmung von vorwiegend ganzheitlicher zu einzelheitlicher Auffassung verläuft (vgl. Seifert, 1917; Volkelt, 1932; Selinka, 1939/40; Kahrs, 1949; vgl. auch Zusf. bei Metzger, 1956), ist grundsätzlich nicht widerlegt worden. Die bereits angeführten Untersuchungen legen allerdings die Vermutung nahe, daß nicht erst mit dem 6., sondern bereits mit dem 4. und 5. Lebensjahr ein großer Teil der Kinder in der Lage ist, einzelheitliche Gegebenheiten zu erfassen. Dieser Befund, daß in neueren Untersuchungen Vorschulkinder früher ein bestimmtes Leistungs- und Entwicklungsniveau erreichen als in älteren Untersuchungen, ist uns bereits in den Nachuntersuchungen zu den Klassifikationsexperimenten von Piaget durch Denney (1972 a und b) begegnet.

Außer der allgmeinen Verbesserung der Anregungsbedingungen im Vorschulalter, die man auch in diesem Falle als eine Ursache für den frühen Erwerb der Durchgliederungsfähigkeit ansehen könnte, und der Vertrautheit des Kindes mit dem Reizmaterial in den Untersuchungen, kann man noch einige andere Faktoren für die ganzheitliche oder einzelheitliche Auffassung anführen.

Nickel (1968) glaubt, daß die Wahrnehmungsleistungen bei vorschulpflichtigen Kindern "wesentlich von motivationalen Faktoren, insbesondere von ihrem Interesse und einer dadurch hervorgehobenen größeren Anstrengungsbereitschaft und Ausdauer" (S. 5) abhängt.

Schmalohr (1972) macht die Aufmerksamkeitsrichtung für den Unterschied in der Auffassung verantwortlich. Er fand, daß man "die zuerst geäußerte, ganzheitliche oder einzelheitliche Auffassung sehr leicht in die jeweils gegenteilige Richtung lenken (kann).- Ein einfaches Weiterfragen, ob die Kinder noch mehr hören oder sehen, genügt meistens, eine Einstellungsänderung herbeizuführen" (S. 76). Diese Beobachtung läßt sich mit Hilfe einiger Ergebnisse Piaget's über die kindliche Wahrnehmung erklären.

Piaget und Vinh-Bang (ref. in Piaget/Inhelder, 1972, S. 48 ff) haben durch Filmaufnahmen die Augenbewegungen von jüngeren und älteren Kindern bei der visuellen Erforschung von Gegenständen aufgezeichnet. Kinder unter 6 Jahren lassen ihren Blick ziellos über das ganze Wahrnehmungsfeld wandern. Ihre "Fixierungspunkte (sind) viel weniger gut gezielt, und sie verteilen sich auf eine viel größere Fläche. ... (Die) Kinder verhalten sich so, als ob sie auch ohne exakte Zentrierung zu sehen hofften, während die Großen aktiver hinsehen, indem sie die Erforschung durch eine Strategie oder eine Reihe von Entscheidungen lenken, so daß die Zentrierungspunkte ein Maximum an Information und ein Minimum an Verlusten aufweisen "(S. 49).

Vurpillot (1968) benutzte ebenfalls die Technik der fotografischen Aufnahme von Augenbewegungen. Vorschulkinder sollten die Gleichheit oder Unterschiedlichkeit von Paaren bekannter Gegenstände überprüfen. Vurpillot fand, daß Kinder unter 6 Jahren die Konfiguration nicht systematisch überprüfen und daher viele Fehler beim Auffinden der Unterschiede machen.

Das systematische Überprüfen der gesamten Figur wächst erst mit zunehmendem Alter. Piaget sieht diesen Mangel an aktiver Erforschung als Erklärung für die Tatsache an, "daß das Kind in einer komplexen Darstellung nur den Gesamteindruck wahrnimmt, ohne Analyse der Teile und Synthese ihrer Beziehungen" (Piaget/Inhelder, 1972, S. 49, Anm. 7).
Daß häufig auch Einzelheiten und Teile wahrgenommen werden, ist darauf zurückzuführen, daß das jüngere Kind von einem interessanten oder auffallenden Teil des Wahrnehmungsfeldes eingefangen wird und daß sein Blick darauf fixiert bleibt, während der Rest des Feldes unbeachtet bleibt.
Schmalohr's Beobachtung scheint uns in diesem Falle einleuchtend. Wenn man nämlich das Kind auffordert, noch mehr zu beschreiben, kann es unter Umständen zur Erforschung der gesamten Figur angeregt werden und Einzelheiten beachten, oder es wird von der Fixierung auf das Einzelteil befreit und kann das Ganze wahrnehmen.

Einen interessanten Versuch zur Wahrnehmung vom Teil und Ganzen haben Elkind, Koegler und Go (1964) durchgeführt. Sie boten 95 Kindern imAlter von 4 bis 9 Jahren Figuren, die aus bedeutungsvollen Teilen aufgebaut waren. Z. B. wurde die Figur eines Menschen aus Früchten gebildet (Apfel als Kopf, Birne als Leib, Bananen als Beine, Weintrauben als Arme). Ob das Kind nun das Teil (Frucht) oder das Ganze (Mensch) sieht, hängt von Gestaltgesetzen ab. Da die Gesetze der Geschlossenheit und der guten Form die Wahrnehmung der Teile begünstigt, werden die Teile früher wahrgenommen als das Ganze.

71,4 % der 4 1/2-jährigen Kinder nahmen nur Teile wahr, aber nur 21,4 % der 9-jährigen. Dagegen war mit zunehmendem Alter ein regelmäßiges Anwachsen der Tendenz zu bemerken, das Teil und das Ganze zu erfassen (4 1/2 Jahr - 11,2 %; 9 Jahre - 78,6 %).

Elkind, Anagnostopoulou und Malone (1970) verglichen nun solche Kinder, die einen hohen Testwert in der Teil-Ganzes-Wahrnehmung besaßen mit solchen, die einen niedrigen Wert aufwiesen. Sie fanden, daß Kinder mit hohem Testwert signifikant besser eine Teil-Ganzes-Konfiguration rekonstruieren, einfache Objekte (z. B. einen Hut aus Zeitungspapier) beschreiben und vor allem Inklusionsbeziehungen sicherer erkennen konnten.
Elkind und Mitarbeiter interpretieren ihre Befunde im Sinne von Piaget's Wahrnehmungstheorie: Wahrnehmung, die anfänglich zentriert ist und den Gestaltgesetzen entspricht, wird mit der Entwicklung der kognitiven Strukturen dezentralisiert und zunehmend logisch. Das ältere Kind ist damit in der Lage, das Teil und das Ganze einer Konfiguration zu sehen. Analog den logischen und mathematischen Operationen werden die Elemente einer Konfiguration organisiert und umorganisiert. Auf Piaget's Wahrnehmungstheorie können wir an dieser Stelle nicht näher eingehen.

Von einer anderen Seite bietet sich eine weitere mögliche Ursache für die Unterschiede in der Auffassungsweise an, und zwar von den Untersuchungen über die kognitiven Stile der Feldabhängigkeit und Feldunabhängigkeit.
Unter Feldunabhängigkeit versteht Witkin (1972) die Bereitschaft, "Objekte, losgelöst vom Kontext, in dem sie auftreten, zu erfassen, den einbettenden Kontext zu durchdringen oder das Feld analytisch zu durchschauen" (S. 291).

Von Feldabhängigkeit spricht er dann, wenn "die Organisation des vorherrschenden Feldes über die Wahrnehmung des Gegenstandes dominiert, die Person also relativ unfähig ist, den Gegenstand aus dem Feld herauszulösen oder den einbettenden Kontext zu durchdringen" (S. 291/292; vgl. Schulte, 1974).
Diese unterschiedlichen Formen der Wahrnehmungstätigkeit fand Witkin nicht nur bei Erwachsenen, sondern bereits bei 5-jährigen Kindern. Seine Quer- und Längsschnittuntersuchungen lassen seiner Meinung nach kaum Zweifel, sowohl darin, "daß die Entwicklung von relativ globaler zu relativ artikulierter Erfassungsweise hintendiert" (S. 313), als auch darin, daß bereits bei Fünfjährigen deutliche individuelle und in der Zeit des Heranwachsens relativ stabile Unterschiede in der passiv-globalen oder aktiv-analysierenden Wahrnehmungstätigkeit bestehen.

Für diese Unterschiede in der Wahrnehmungstätigkeit macht Witkin (1972) erzieherische Einflüsse verantwortlich. Feldunabhängigkeit wird nach seinen Untersuchungen gefördert, wenn die Mutter früh die Eigenständigkeit des Kindes unterstützt, Neugier und Interessen anregt und beim Aufbau eines positiven Selbstgefühls behilflich ist.

Die genetische Dominanz der undifferenzierten, ganzheitlichen Auffassung wird also von verschiedenen Forschungsrichtungen belegt. Neuere Forschungsergebnisse legen allerdings den Schluß nahe, daß die aktive, Einzelheiten erfassende Wahrnehmung von anderen Faktoren mit abhängt, als nur dem Lebensalter, z. B.

von erziehersichen Einflüssen, allgemeinen Anregungsbedingungen und dem Wahrnehmungsgegenstand selbst. Vor allem konnte nachgewiesen werden, daß planmäßiges Üben im Unterscheiden von Einzelheiten (Nickel, 1969) oder einige Wochen Schulunterricht (Kemmler/Heckhausen, 1962) oder die Einkleidung der Aufgabe in eine, das Kind fesselnde Geschichte (Nickel, 1968) die Leistungen im differenzierenden und gliedernden Wahrnehmen erheblich steigern können.

Wir können in unserer Untersuchung von der Annahme ausgehen, daß bei 5-jährigen Kindergartenkindern durch geeignetes Material die Durchgliederung von Mengen und das Erfassen von Teilen und Elementen gefördert werden können. Der erste, der das aktive Umgehen mit Mengen, das Ordnen, Gliedern und Strukturieren von Mengen für die Entwicklung des mathematischen Denkens und des Zahlbegriffs als Voraussetzung ansah, war Wittmann (1929, 1952). Zwar wird ihm vorgeworfen, weniger auf logisch-mathematische, sondern eher auf "psychologische Lückenlosigkeit" (Glatfeld, 1969, S.54) bei dem Aufbau seines Systems bedacht gewesen zu sein. Doch macht dieses Vorgehen ihn gerade für unsere Arbeit im Kindergarten interessant. Seine Anregungen und methodischen Vorschläge, die von der psychischen Struktur des Kleinkindes ausgehen, sind nicht nur für den mathematischen Anfangsunterricht in der Grundschule, sondern auch für die Förderung der Gliederungs- und Differenzierungsfähigkeit bei Kindergartenkindern von Bedeutung.

4.) Invarianz von Mengen

Das Erkennen der Invarianz sieht Piaget nicht nur als notwendige Bedingung für das mathematische Verständnis (Piaget, 1952, S. 4), sondern auch jeder verstandesmäßigen Tätigkeit an (Piaget/Szeminska, 1965, S. 15). Bruner, Olver und Greenfield (1971) meinen, daß es ohne "Invarianzbegriff wohl weder einen gesunden Menschenverstand noch eine Wissenschaft (gebe)" (S. 223). Der Invarianzbegriff ist besonders für den Erwerb der Kardinalzahl von Bedeutung. Der kardinale Wert einer Menge läßt sich erst dann bestimmen, wenn die Gleichmächtigkeit zweier verschiedener Mengen unabhängig von ihrer räumlichen Verteilung bestehen bleibt. Piaget betont ausdrücklich, wie eng der Begriff der Menge mit dem Begriff der Invarianz verflochten ist. "Das Kind gelangt nicht erst zum Begriff der Quantität, um ihm sodann die Konstanz zuzuschreiben, sondern es entdeckt die wirkliche Quantifizierung erst in dem Augenblick, da es fähig ist, Ganzheiten zu bilden, die sich erhalten" (Piaget/Szeminska, 1965, S. 18).

Um die Invarianz zu erkennen muß das Kind in der Lage sein, die Formveränderung eines Gegenstandes oder die Lageveränderung der Elemente einer Menge in der Vorstellung rückgängig zu machen. Sobald das Kind erfaßt, daß die Umwandlung vom Zustand A in den Zustand B zumindest eine Eigenschaft (Menge, Substanz) unverändert läßt, und daß durch den Rückgang von B zu A die Umwandlung aufgehoben wird, besitzt es den Begriff der Mengenerhaltung.

Das Kind auf dem voroperatorischen Niveau faßt die Veränderung so auf, als ob "alle Gegebenheiten auf einmal, ohne jede Erhaltung, verändert (würden), was eben die Rückkehr zum Ausgangspunkt unmöglich macht, wenn nicht eine neue, wiederum das Ganze verändernde Handlung .....einsetzt, die folglich andersartig ist als die erste, anstatt die gleiche zu bleiben und nur in umgekehrter Richtung zu verlaufen" (Piaget/Inhelder, 1972, S. 82).

Die Experimente, die Piaget zusammen mit seinen Mitarbeiterinnen Szeminska (1965) und Inhelder (1969) durchgeführt hat, sind ausreichend bekannt und brauchen nur kurz erwähnt zu werden.

In den Experimenten zur "provozierten Korrespondenz" (Piaget/Szeminska, 1965, S. 61 ff) werden die Kinder gebeten, verschiedene Reihen von Gegenständen mit ihnen verwandten Reihen zuzuordnen, z.B. Eier und Eierbecher, Blumen und Blumenvasen, Flaschen und Becher. Wenn das Kind jedem Element der einen Reihe genau ein Element der anderen Reihe zugeordnet hat, werden die Glieder einer Reihe zusammen- oder auseinandergeschoben. Die Elemente der veränderten Reihe besitzen damit eine größere oder geringere Dichte bzw. Länge als die Vergleichsreihe.

In den Untersuchungen zur"spontanen Korrespondenz" (Piaget/Szeminska, 1965, S. 88ff) ist keine natürliche Zuordnung gegeben, sondern das Kind soll soviel Spielmarken auf den Tisch legen, wie in bestimmten Gruppen oder Mustern geschlossener Figuren oder Reihen aus Spielmarken enthalten sind.

Piaget und Szeminska (1965, S. 42 ff) führten außerdem Aufgaben durch, deren Mengen nicht mehr klein und überschaubar gehalten und deren Einzelelemente nicht mehr in Stück-für-Stück-Korrespondenz (wie bei den Aufgaben zur spontanen Korrespondenz) gebracht wurden. In zwei identische Gläser werden gleich viel Perlen gefüllt. Der Inhalt des einen Glases wird dann in ein schmaleres oder ein breiteres Glas oder in mehrere kleine Gläser umgeschüttet. Die Perlenmenge in dem anderen Glas bleibt unverändert. Die gleiche Aufgabe wird auch mit kontinuierlichen Quantitäten (Flüssigkeiten) durchgeführt (Piaget/Szeminska, 1965, S. 15 ff).
Die Erhaltung der Substanz, des Gewichts und des Volumens überprüfen Piaget und Inhelder (1969, S.44) an verformten Plastilinkugeln. Von zwei identischen Kugeln wird eine vor den Augen der Kinder in eine beliebige andere Form (z. B. in eine Wurst) gebracht, während die andere unverändert bleibt.

Der Erwerb des Invarianzbegriffs entwickelt sich nach Piaget (wie sich in allen Experimenten herausstellte) in einem dreistufigen Aufbau.
Auf der ersten Stufe werden Anzahlen und Mengen nicht als invariant erkannt. Kinder dieser Stufe behaupten, daß weniger Blumen vorhanden seien, wenn man sie aus den Vasen herausnimmt und zu einem Strauß zusammenfaßt, oder daß die Reihe der Eier mehr Elemente enthalte, wenn man diese Reihe auseinanderzieht und die Reihe der Eierbecher unverändert läßt. In den Versuchen zur spontanen Korrespondenz nehmen die Kinder ungefähre Schätzungen vor, und legen nur dann richtige Anzahlen, wenn die Figur einfach und vertraut ist

(z.B. Dreieck oder Viereck mit einem Plättchen in der Mitte). Die verformte Plastilinkugel oder die in schmalere oder breitere Gläser umgeschüttete Flüssigkeit wird von dem Kind als nicht mehr "gleich" der unveränderten Menge angesehen.

Die zweite Stufe ist als Übergangsstufe zwischen der Varianz und der vollständigen Invarianz gekennzeichnet. Das Kind gibt richtige Antworten, wenn die Eier oder die Blumen nicht zu eng gelegt werden oder wenn z.B. die Verformung an der Plastilinkugel nur geringfügig ist. Das Kind ist sich seines Urteils noch nicht ganz sicher. Es kann bei einer Veränderung Antworten geben, die auf das Erkennen der Invarianz schließen lassen und bei einer zweiten Veränderänderung nicht.

Erst auf der dritten Stufe sind die Antworten der Kinder zutreffend und in sich schlüssig. In ihren Begründungen tauchen Reversibilitäts-, Kompensations- oder Identitätsargumente auf. Das Kind kann in der Vorstellung die vorgenommene Handlung z.B. die Verlängerung einer Elementenreihe rückgängig machen und erkennen, daß jedem Element der einen Reihe noch genau ein Element der anderen Reihe zugeordnet ist (Reversibilität).
Oder es kann die beiden Dimensionen Höhe der Wassersäule und Durchmesser des Glases beim Umschüttversuch miteinander kompensieren und erkennen, daß die Flüssigkeitsmenge konstant bleibt, weil das eine Glas zwar kleiner dafür aber breiter, das andere größer, dafür aber schlanker ist (Kompensation).

Oder das Kind kann schlußfolgern, daß bei der Veränderung einer Plastilinkugel in eine Plastilinwurst nichts dazugetan und nichts weggenommen wurde; die Menge also identisch geblieben ist (Identität). Alle drei Operationen sind dem Kind auf dem 3. Niveau selbstverständlich und ergeben ein sicheres Urteil.

Piagets Experimente zur Mengen- und Substanzerhaltung sind in einer großen Zahl von Nachuntersuchungen mit unterschiedlicher Fragestellung überprüft worden. Im wesentlichen sind seine Ergebnisse bei Kindern der verschiedensten Völker, Rassen und Kulturen immer wieder bestätigt worden. In mancher Beziehung haben die Nachuntersuchungen jedoch mehr Klarheit in die Entwicklung der Erhaltungsbegriffe gebracht, denn - wie Elkind (1967) formuliert - "Piaget is writing for a very selective audience, so that much is taken for granted, or is implicit, or is given only passing mention in his discussion" (S. 25).
Vor allem haben die Experimente gezeigt, daß der Erwerb des Invarianzbegriffs nicht allein vom Lebensalter abhängt, sondern auch von einer Anzahl von Lernbedingungen, die die Entwicklung beschleunigen oder verlangsamen können. Auf diese Bedingungen müssen wir, da sie uns die Argumente für unser Förderprogramm liefern, etwas näher eingehen.

4.1 Invarianzaufgaben bei Kleinkindern

Bevor das Kind zu einem richtigen und begründeten Invarianzurteil gelangt, muß es einige mathematische und logische Grundlagen besitzen, die das Erkennen der Mengenerhaltung vorbereiten. In einer Anzahl von Experimenten hat man nun Kindern, die nach Piaget's Phaseneinteilung eindeutig dem Varianz-Stadium zuzurechnen sind, Invarianz- und invarianzähnliche Aufgaben gegeben, um Aufschluß über diese Grundfähigkeiten zu bekommen.

4.1.1 Die Diskussion um die Mehler- und Bever-Aufgaben

In einer aufsehenerregenden Untersuchung boten Mehler und Bever (1967) 2;4 bis 4;7jährigen Kindern Aufgaben, in denen zwei Reihen von Ton- oder Schokoladenkügelchen in folgender Weise angeordnet waren:

Aufgabe a:
o o o o
o o o o

Aufgabe b:
o o o o
oooo

Aufgabe c:
o o o o
o o o o o o

Aufgabe d:
o o o o
oooooo

Aufgabe e:
o o o o o o
o o o o

Abb. 7

Die Kinder sollten durch Zeigen (bei Tonkügelchen) oder durch Aufessen (bei Schokoladenkügelchen) entscheiden, in welcher Reihe mehr Elemente seien.

Dabei stellte sich heraus, daß die Kinder unter 3;2 und über 4;6 Jahren die Reihen, in denen mehr Elemente enthalten waren, richtig beurteilten, die Kinder von 3;2 bis 4;6 Jahren dagegen nicht.
Mehler und Bever meinen im Gegensatz zu Piaget, daß das Kind nicht erst mit 5 bis 7 Jahren den Erhaltungsbegriff erwerbe, sondern in dieser Zeit wiedererlange. Mit 2 und 3 Jahren könne es bereits die Invarianz einer Menge erkennen, verliere diese Fähigkeit jedoch zwischen 3 1/2 und 4 1/2 Jahren, da in dieser Zeit Wahrnehmungsstrategien (Beurteilung der Menge nach der Länge der Reihe) überwiegen.

Calhoun (1971) und Schurrmann (1971) haben in Nachuntersuchungen der gleichen Altersgruppe die gleichen Aufgaben wie Mehler und Bever gegeben. Beide fanden ebenfalls den bemerkenswerten Leistungsabfall der Dreijährigen, allerdings nur - im Gegensatz zu Mehler und Bever - wenn die Kinder die Reihe mit mehr Gliedern zeigen sollten, nicht wenn sie die Schokoladenbonbons essen durften. Außerdem zeigte sich das Absinken der korrekten Mengenbeurteilung in der Untersuchung von Schurrmann nur bei den Aufgaben d und e (vgl. Abb. 7). Die 2;8 bis 3;3jährigen Kinder gaben bei diesen Aufgaben 50 bzw. 70 % richtige Antworten, die 3;4 bis 3;11jährigen Kinder dagegen nur 5 bzw. 15 %. Bei den anderen Aufgaben war mit fortschreitendem Alter ein ständiger Anstieg der richtigen Antworten zu bemerken. Am frühesten wurden die Aufgaben a und c (vgl. Abb. 7) beherrscht (mit 3;7 Jahren 95 % richtig). Die Aufgabe b, die am ehesten einer Invarianz-aufgabe ähnelt, wurde erst von 50 % der 5jährigen richtig beurteilt.

Wie lassen sich nun die Ergebnisse zu den Aufgaben von Mehler und Bever erklären? Piaget (1968) spricht ihnen den Charakter einer Invarianzaufgabe ab, da eine solche von der Gleichheit zweier Mengen auszugehen habe. Bei einer Invarianzaufgabe wird das Konstantbleiben der Menge trotz Veränderung der äußeren Form untersucht. Bei den Mehler-Bever-Aufgaben wird gar nichts verändert, sondern die Kinder müssen Mengenvergleiche vornehmen.
Wenn übliche Invarianzaufgaben geboten werden, gibt nur ein ganz geringer Anteil der zwei und 3-jährigen Kinder richtige Antworten, wie Rothenberg und Courtney (1969) und Gelman (1972) nachweisen konnten. In der Untersuchung von Gelman (1972) wurden 3;0-bis 5;11-jährige Kinder außer mit üblichen Invarianzaufgaben mit einer von Piaget abweichenden Anordnung untersucht, in der in mehr "spielerischer" Form das Invarianzproblem angegangen wurde. Unter zwei Behältern befand sich je eine Holzplatte auf der Spielzeugmäuse befestigt waren. Die beiden Objekt-Reihen konnten in der Anzahl (2 oder 3 Mäuse), der Länge der Reihen oder der Dichte variieren. Das Entfernen einer Maus von der 3er-Anordnung rief bei 85 % der 48 Kinder große Überraschung hervor; auch dann, wenn beide Reihen verschiedene Dichten besaßen. 84 % der Kinder zeigten sich von Lageveränderungen (Verlängerung oder Verkürzung der Reihen) nicht beeindruckt. Wenn allerdings übliche Invarianzaufgaben gegeben wurden, beantworteten nur sehr wenig Kinder die Frage richtig.

Da also in der gleichen Untersuchung die gleichen Kinder bei üblichen Invarianzaufgaben (auch mit geringen Anzahlen) die Mengenerhaltung bestreiten und in der natürlicheren Situation spontan die

Anzahl und nicht die Länge der Reihe beachten, ist der Unterschied vermutlich auf die bessere Motivierung der Kinder in der zweiten Anordnung zurückzuführen. Ein ähnlicher Unterschied war uns bereits in den beiden Untersuchungen von Schurrmann (1971) und Calhoun (1971) begegnet, in denen die Kinder bessere Leistungen zeigten, wenn die zu vergleichenden Elemente Schokoladen-Bonbons waren, die sie aufessen durften.
Wir können also zunächst einmal festhalten: Invarianzaufgaben in der üblichen Form bereiten den jüngsten Kindern, auch wenn die Anzahlen der zu vergleichenden Mengen sehr gering sind, erhebliche Schwierigkeiten. Dagegen bringen sie in mehr spielerischen Situationen, in denen es ebenfalls auf die Nicht-Beachtung der räumlichen Anordnung und die Beachtung der Anzahl ankommt, durchaus Leistungen, die von Piaget's Theorie her in diesem Alter noch nicht zu erwarten wären.

Die Frage, warum die jüngeren Kinder bei den Mehler-Bever-Aufgaben mehr richtige Wahlen treffen, als die 3- und 4-jährigen Kinder, läßt sich vielleicht mit folgender Überlegung klären:
Je jünger die Kinder sind, um so weniger beurteilen sie die Mächtigkeit einer Menge nach der Anzahl ihrer Glieder. Ihre Entscheidung treffen sie häufig nach völlig irrelevanten Kriterien. Sie können z. B. die Reihe wählen, in der die Elemente eine "schönere" Farbe besitzen, größer oder sonst irgendwie auffälliger sind. Oder sie wählen die Reihe, die der Vl gerade manipuliert hat (Zimiles, 1966). Oder sie entscheiden sich für die am nächsten liegende Reihe (Schurrmann 1971).

Außerdem muß man in Frage stellen, ob die 2- und 3jährigen Kinder die relationalen Begriffe "mehr", "weniger" und "gleich" überhaupt angemessen gebrauchen. Je mehr aber solche irrelevanten Kriterien die Grundlage für die Mengenbeurteilung bilden, umso mehr spielt der Zufall eine Rolle. Bei zufälliger Verteilung ist die Wahrscheinlichkeit, die richtige von zwei Wahlen zu treffen, aber bereits 50 %, so daß ein wesentlicher Teil der richtigen Antworten auf den Zufall zurückzuführen ist.

Die älteren Kinder gehen dagegen vorwiegend nach einer Längen-Hypothese vor (Pufall, Shaw und Syrdal-Lasky, 1973): gleich lange Reihen = gleiche Anzahlen, verschieden lange Reihen= verschiedene Anzahlen. Diese Hypothese wird von den älteren Kindern (4;5 bis 5;0 Jahre) signifikant häufiger angewendet als von jüngeren.
Sind z. B. die Reihen gleich lang, aber verschieden in der Anzahl (also verschieden dicht.), beurteilen 80 % der älteren, aber nur 36 % der jüngeren Kinder die Anzahl beider Reihen als gleich. In dieser Untersuchung sind die Kinder, die die Längenhypothese anwenden, zwar etwas älter als die Altersgruppe, die bei den Mehler-Bever-Aufgaben den charakteristischen Leistungsabfall zeigte, doch bestätigen diese Ergebnisse Mehler und Bever's Annahme, daß Wahrnehmungsstrategien bei den älteren Kindern überwiegen.

Im Verlauf der Entwicklung scheint es also drei verschiedene Niveaus zu geben, auf denen die Kriterien zur Beurteilung von Mengen immer angemessener werden. Die jüngsten Kinder wählen häufig zur Beurteilung von Mengen völlig ungeeignete Merkmale, wie z. B. die Farbe oder Größe der

Objekte, die näherliegende oder gerade veränderte Reihe. Auf einer zweiten Stufe wird das bereits angemessenere Kriterium, die Länge der Reihe oder der eingenommene Raum als Beurteilungsgrundlage herangezogen. Angemessener ist dieses Merkmal deshalb, weil der eingenommene Raum eher etwas über die Mächtigkeit einer Menge aussagt als z.B. die Farbe der Objekte. Erst auf der dritten Stufe werden Länge und Dichte zueinander in Beziehung gesetzt.

4.1.2 Grundlagen zum Invarianzbegriff

In einigen Experimenten ist man der Frage nachgegangen, welche Fähigkeiten Kleinkinder beherrschen, die noch nicht den Begriff der Mengenerhaltung erworben haben. Pufall, Shaw und Syrdal-Lasky (1973) haben an 54 Kindern im Alter von 2;11 Jahren bis 5;9 Jahren die Reihenfolge der Schwierigkeiten, die beim Erwerb des Invarianzbegriffs auftauchten untersucht, indem sie die in Frage kommenden Dimensionen: Länge, Dichte und Anzahl von zwei Reihen systematisch variiert haben. Nachdem die Korrespondenz von je 4 Bonbons hergestellt worden war, ließ der Vl bei drei Aufgaben eine Dimension (Länge, Dichte oder Anzahl) konstant und variierte die beiden anderen. Bei der vierten Aufgabe wurden alle drei Dimensionen verändert.

In der Reihenfolge der Schwierigkeiten erwies sich die Aufgabe als leichteste, bei der die Dichte konstant blieb, Anzahl und Länge einer Reihe aber durch Hinzufügen zweier Bonbons vergrößert wurden. 49 der 54 Kinder und selbst 14 der 18 Kinder im Alter von 2;11 bis 3;5 Jahren beurteilten diese Anordnung auch bei einer Wiederholung richtig. Auch Curcio, Robbins und Ela (1971) fanden, daß 150 der 167 Kindergartenkinder ihrer Untersuchung im Alter von 3;6 bis 5;4 Jahren das Hinzufügen oder Fortnehmen eines Elementes richtig als Vergrößern oder Verringern einer Menge beurteilten. Gruen (1965) sieht die Tatsache, daß 120 von 193 Kindergartenkindern Additionen und Subtraktionen, nicht aber die Erhaltungsbegriffe beherrschen, als Beweis dafür an, daß die Additionen und Subtraktionen logisch und genetisch der Invarianz vorausgehen.

Einen ähnlichen Schwierigkeitsgrad scheint die Herstellung der Korrespondenz der Elemente zweier Mengen zu haben. In der Untersuchung von Curcio, Robbins und Ela (1971) waren 75 % ihrer Kinder in der Lage, die Stück-für-Stück-Korrespondenz herzustellen. Das heißt aber noch nicht, daß die jüngeren Kinder die Operation der ein-eindeutigen Zuordnung bereits als Entscheidungsverfahren heranziehen, um zwei Mengen auf ihre Mächtigkeit hin zu überprüfen. Wang, Resnick und Boozer (1971) fanden nämlich, daß erst 24,3 % der untersuchten 4;6-bis 6;9-jährigen Kinder bestimmen konnten, welche von zwei Mengen mehr und welche weniger Elemente enthielt, nachdem die Stück-für-Stück-Korrespondenz durchgeführt worden war.

Eine relativ große Anzahl von Kindern beherrscht auch in der Untersuchung von Pufall, Shaw und Syrdal-Lasky (1973) die Aufgabe, bei der eine von zwei Reihen länger ist und gleichzeitig eine größere Anzahl aufweist (etwa 80 %). Dagegen lösen nur etwa 30 % der Kinder die Aufgabe, bei der die Länge der Reihen gleich, Anzahl und Dichte verschieden sind, und nur 15 % der Kinder lösen in zwei Durchgängen eine übliche Invarianzaufgabe (Anzahl gleich, Länge und Dichte verschieden).

Wir können also festhalten, daß Kleinkinder bereits relativ früh erkennen, daß Addition und Subtraktion die Operationen sind, mit denen man Mengen verringern oder vergrößern kann (vgl. auch die Untersuchung von Gelman, 1971). Außerdem wissen sie, daß die Gleichmächtigkeit zweier Mengen durch Stück-für-Stück-Korrespondenz hergestellt wird.
Aufgrund dieses Verfahrens können sie jedoch noch nicht entscheiden, welche von zwei Mengen größer und welche kleiner ist.

4.1.3 Sprache und Invarianz

Bei der klassischen Invarianzaufgabe wird gefragt: "Haben beide Reihen gleichviel (Elemente) oder hat eine Reihe mehr oder weniger (Elemente) als die andere Reihe?"
Das Kind muß aber nicht nur die Mengen auf ihre Gleichheit oder Verschiedenheit hin überprüfen, sondern gleichzeitig eine adäquate Begründung für sein Urteil abgeben (Piaget/Szeminska 1965;

Piaget/Inhelder, 1969).
Wir müssen also fragen:

1) In welchem Alter verfügen Kinder über die relationalen Begriffe "mehr", "weniger" und "gleich"?
2) Besitzen Kinder erst dann den Invarianzbegriff, wenn sie angemessene Begründungen für ihr Urteil abgeben können?

Aufgrund der Untersuchung von Donaldson und Balfour (1968) kann man vermuten, daß 3;5-bis 4;11-jährige Kinder die Begriffe "mehr" und "weniger" bei der Beurteilung von Mengen synonym gebrauchen. Als sie nämlich die Kinder aufforderten, an einen Papp-Apfelbaum einmal mehr, das andere Mal weniger Papp-Äpfel zu hängen als bereits an einem Vergleichs-Apfelbaum hingen, zeigten die Kinder die Tendenz,in beiden Fällen die gleiche Anzahl von Äpfeln an dem Baum zu befestigen.

Schurrmann (1971) meint, beide Begriffe besäßen die gleiche Bedeutung, eine Anzahl oder Menge von etwas zu sein. Die jüngsten Kinder in seiner Untersuchung antworteten häufig auf die Frage nach dem Vergleich beider Mengen: "Hier ist mehr und hier ist mehr!". Ein großer Teil der jüngeren Kinder muß aber bereits über beide Begriffe verfügen, sonst könnten Additionen und Subtraktionen in übersichtlichen Anordnungen, die einen direkten Vergleich beider Mengen erlauben, nicht richtig beurteilt werden.

Zwischen dem Erkennen der Gleichheit oder der Verschiedenheit zweier Mengen besteht offensichtlich noch ein Unterschied. Griffith, Shantz und Sigel (1967) stellten fest, daß die 4;1-bis 5;2-jährigen Kinder bei einem Vergleich von jeweils 4, 3 oder 2 Bonbons mit einer Reihe von 3 Bonbons signifikant seltener richtig den Begriff "gleich" als "mehr" und "weniger" gebrauchten (gleich = 40 %, weniger = 65 %; mehr = 70 %). Beilin (1965) gibt ähnliche Prozentwerte an. Rauh (1972) fand dagegen, daß bereits 94 % der untersuchten 4- bis 7-jährigen die Fragen nach "gleich" oder "verschieden", "mehr" oder "weniger" richtig beantworteten.

Die Differenz in den Prozentangaben läßt sich z. T. auf Altersunterschiede der Versuchsgruppen, zum Teil auf Materialunterschiede, an denen die relationalen Begriffe überprüft wurden, zurückzuführen. Eine starke Materialabhängigkeit konnten nämlich Griffith, Shantz und Sigel (1967) nachweisen. Die Gleichheit oder Verschiedenheit wurde am häufigsten bei Längen-, dann bei Anzahl- und zuletzt bei Gewichtsvergleichen bemerkt.

Wir können also annehmen, daß sehr junge Kinder relationale Begriffe undifferenziert gebrauchen. Mit fortschreitendem Alter erwerben sie zuerst die Begriffe "mehr" oder "weniger" und zuletzt erst den Begriff "gleich".

Wir vermuten, daß der unsichere Gebrauch des Begriffs "gleich" mit der (weiter oben dargestellten) affektiven Beurteilung von Mengen zusammenhängt. Das Hinzufügen und Fortnehmen von Dingen, die dem Kind wichtig sind, wird von ihm mit starker gefühlsmäßiger Beteiligung verfolgt. "Mehr" und "weniger" haben daher im Leben des Kindes eine größere Bedeutung als "gleich".

Wenn aber jüngere Kinder bereits Schwierigkeiten haben, relationale Begriffe richtig zu gebrauchen, kann man erst recht von ihnen nicht verlangen, angemessene Begründungen für ihr Invarianzurteil abzugeben. Das wirft die Frage auf: Wann kann man überhaupt von Invarianz sprechen? Bereits dann, wenn das Kind die Mengenerhaltung behauptet, oder erst dann, wenn es ein Reversibilitäts-, Kompensations- oder Identitätsargument gebraucht?

Gruen (1966) weist darauf hin, daß diese Frage weniger ein methodisches als ein definitorisches Problem ist. Smedslund (1961) schließt sich Piaget's Meinung an, daß Invarianz logische Operationen voraussetzt. Wenn die Mengenerhaltung als logische Notwendigkeit eingesehen wird, müssen die Kinder auch entsprechende Begründungen geben können. Smedslund (1961) fand daher auch übereinstimmend mit Piaget und Szeminska (1965), daß vor dem 7. oder 8. Lebensjahr der Erhaltungsbegriff nicht vorhanden ist.

Verlangt man dagegen keine Begründung (sondern nur richtig/falsch Antworten) wie z. B. Braine und Shanks (1965) und Bruner, Olver und Greenfield (1971), so muß man bereits einen großen Teil der 4- und 5-jährigen Kinder zum Invarianzstadium zählen.

Gruen (1966) hat nun im Hinblick auf diese beiden Kriterien (einmal mit einer und einmal ohne Begründung des Urteils) die Antworten von 90 Kindern zu 6 verschiedenen Invarianzaufgaben seiner Untersuchung (1965) miteinander verglichen. Dabei stellte sich heraus, daß signifikant mehr Kinder dem Invarianzstadium zugerechnet werden mußten, wenn man auf eine Begründung verzichtet.

Ein großer Teil der unterschiedlichen Altersangaben zum Invarianzbegriff ist demnach auf die Uneinigkeit darüber zurückzuführen, welche Bedingungen notwendigerweise zum Invarianzbegriff gehören. In dem Genfer Arbeitskreis um Piaget hält man weiter an der angemessenen Begründung fest, in der englischen und amerikanischen Literatur neigt man eher dazu, die richtig/falsch Beurteilung gelten zu lassen.

Unabhängig von diesen grundsätzlichen, definitorischen Erwägungen ist für unser Förderprogramm von Bedeutung, daß Vorschulkinder in der Lage sind, die Mengenerhaltung zu erkennen, bevor sie angemessene Begründungen abgeben können.

4.2 Einfluß der Aufgabe auf den Invarianzbegriff

In unserer bisherigen Darstellung haben wir Grundstrukturen untersucht, die das Erkennen der Mengenerhaltung vorbereiten, und auf Schwierigkeiten hingewiesen, die Kleinkinder beim Erwerb des Invarianzbegriffs haben. Wir werden uns nun Untersuchungen zuwenden, die den Einfluß der Komplexität der Aufgabe und verschiedener situativer Faktoren auf den Begriff der Mengenerhaltung haben.

4.2.1 Identität und Äquivalenz

Elkind (1967) analysiert Piaget's Invarianzaufgabe und stellt fest, daß Piaget zwar eine Äquivalenzaufgabe stellt, die Antworten der Kinder aber so interpretiert, als seien Identitätsaufgaben gegeben. Identitätserhaltung ist nach Elkind die Invarianz einer veränderten Menge im Vergleich zu sich selbst, d. h. zu ihrer Ausgangsform.
Äquivalenzerhaltung bezieht sich auf die Erhaltung einer Menge im Vergleich zu einer zweiten unveränderten Menge. Die erste Form ist nach Elkind eine notwendige Voraussetzung der zweiten, denn ehe die Äquivalenz einer Relation erfaßt wird, muß die Identität der veränderten Menge erkannt werden.

Bei der Äquivalenzerhaltung ist nach Schwartz und Scholnick (1970) nicht nur ein Erhaltungs-, sondern auch ein transitives Urteil erforderlich: Wenn die verformte Menge A' gleich der Ausgangsmenge A ist, und die Ausgangsmenge A gleich der Vergleichsmenge (oder Standardmenge) B ist, so muß auch die verformte Menge A' gleich der Vergleichsmenge B sein. "S must learn how to make a transitive judgement which will allow him to relate the transformed stimulus back to the original untransformed stimulus" (Schwartz/Scholnick, 1970, S. 704).

Elkind's Vermutung, daß die Identätserhaltung zu einem früheren Zeitpunkt erworben wird als die Äquivalenzerhaltung, konnte Hooper (1969; zit. in Rauh, 1972, S. 97) bestätigen. Die 7- und 8-jährigen Kinder zeigten bei Identitäts- und Äquivalenzaufgaben (Umschütten von Körnern, einmal ohne und einmal mit Vergleichsglas) keinen Unterschied. Von den 6-jährigen Kindern erkannten 50 % die Identität, aber niemand die Äquivalenz.
Schwartz und Scholnick (1970) konnten diese Ergebnisse in einer Scalogrammanalyse über logische und wahrnehmungsmäßige Faktoren bei Umschüttaufgaben bestätigen. Sie fanden, daß kein Kind die Äquivalenzaufgabe löst, das nicht bei Identitätsaufgaben erfolgreich ist. In die gleiche Richtung weist auch ein Ergebnis von Larsen und Flavell (1970). Sie untersuchten Kindergartenkinder und Erstklässler auf ihr Verständnis für die Kompensation von Höhe und Durchmesser bei Umschüttversuchen mit Gläsern. Die Kinder sollten nach drei verschiedenen sprachlichen Darbietungsweisen den Wasserstand im Glas vorhersagen. Die Darbietungsform: "Wenn ich dieses Wasser umschütte ...." brachte signifikant bessere Ergebnisse als die Form "Wenn ich hier die gleiche Menge Wasser hineinschütte ....". Die Leistungen der Kinder nehmen also zu, wenn ihre Aufmerksamkeit auf die Identität und nicht auf die Äquivalenz gelenkt wird.
Auch Bruner, Olver und Greenfield (1971) sehen den Begriff der Identität als zentral an. Sie meinen, Kompensations- und Reversibilitätsbegründungen könnten die Kinder erst geben, wenn sie von der Identität der Menge vor und nach der Veränderung überzeugt seien.

In einem Experiment wurde die Identität einer Wassermenge dadurch betont, daß eine hölzerne Ente beim "Umziehen" aus einem kleineren in einen größeren "See" (Gefäße mit einem geringeren und größeren Durchmesser) "ihr Wasser mitnahm". Bei der Überprüfung der Identität wurde gefragt, ob die Ente noch immer dasselbe Wasser habe. Die Äquivalenzfrage bezog sich auf die Gleichheit oder Ungleichheit der Wassermenge. Praktisch alle Kinder, die die Wassermenge als gleich ansahen, behaupteten auch, daß es dasselbe Wasser sei. Dagegen erkannten 35 % der Kinder die Identität, aber nicht die Äquivalenz.

Das Erkennen der Identität ist demnach - wie auch Elkind (1967) feststellt- eine notwendige aber keine hinreichende Bedingung für den Erwerb des Invarianzbegriffs. Dem Erkennen der Gleichmächtigkeit der veränderten Menge mit der unveränderten Vergleichsmenge geht also genetsich das Erkennen der Identität der veränderten Menge voraus.

4.2.2 Einfluß des Materials auf den Invarianzerwerb

Wie wir bereits weiter oben dargestellt haben, sieht Piaget die Entwicklung der Mengenerhaltung im Zusammenhang mit der allgemeinen Denkentwicklung als eine nicht umkehrbare Folge kognitiver Strukturen. Hat nun ein Kind ein operatorisches Niveau erreicht, müßte man erwarten können, daß es unabhängig von Materialeinflüssen und Bedingungen der experimentellen Situation die Konstanz der Menge erkennt. In einer Reihe von Experimenten konnte aber gerade das Gegenteil nachgewiesen werden.

Smedslund (1961f) fand, daß die 6jährigen Kindergartenkinder in seinem Experiment eher die Erhaltung bei diskontinuierlichen (kleine Linoleumstückchen) als bei kontinuierlichen Materialien (Plastilin) erkannten. Den gleichen Unterschied konnten Bartmann (1969) an farbigen Plättchen im Vergleich zu Plastilin, Brainerd und Brainerd (1972) an Plättchen und Flüssigkeiten und Uzgiris (1964) an Metallwürfeln im Vergleich zu Plastilin, Drahtspiralen und verknoteten Schnüren feststellen. Dabei bleibt der Unterschied im Leistungsniveau bestehen, gleichgültig, ob man von dem diskontinuierlichen Material relativ wenig Elemente in Reihen ordnet (2-7 Plättchen bei Bartmann, 1969) oder relativ viel (30 Plättchen bei Brainerd und Brainerd, 1972).

Brainerd und Brainerd (1972) untersuchten auch, ob das Material einen Einfluß auf das Begründungsniveau der Kinder hat. Sie führten eine vierstufige Skala ein, nach der die Zuordnung der Kinder zum Invarianz-Stadium von Stufe zu Stufe strenger wurde. Auf der ersten Stufe wurde ein Kind bereits dann dazu gezählt, wenn es zwei von drei Veränderungen richtig beurteilen konnte. Auf der vierten Stufe mußten alle drei Veränderungen richtig beurteilt und mindestens zwei angemessene Begründungen gegeben werden. Der Leistungsunterschied der Kinder zwischen der Perlen- und der Flüssigkeits-Aufgabe blieb auf allen Stufen signifikant. Bei diskontinuierlichen Materialien werden also nicht nur häufiger richtige Urteile, sondern auch öfter adäquate Begründungen gegeben.

Aber nicht nur zwischen diskontinuierlichen und kontinuierlichen, sondern auch innerhalb der Klasse der kontinuierlichen Materialien tauchen Unterschiede im Strukturniveau auf. Invarianz mit Plastilin braucht nicht notwendig Invarianz bei

Ausdehnung eines Gummibandes und umgekehrt mit sich zu bringen (Lovell/Ogilvie, 1960). Außerdem besteht zwischen dem Erwerb des Invarianzbegriffes der Substanz (8 Jahre), des Gewichtes (9-10 Jahre) und des Volumens (11-12 Jahre) ein deutlicher Altersunterschied (Piaget/Inhelder, 1969; Elkind, 1961; Uzgiris, 1964).

Zimiles (1966) hat weitere Materialeigenschaften in einem Experiment mit Kindergartenkindern und Erstklässlern systematisch überprüft. Die Variablen bedeutsames vs. neutrales Material (Match-Box-Autos vs. Würfel), homogenes vs. heterogenes Material (Autos, alle gleichgroß und gleiche Farbe vs. Autos, verschieden groß und verschiedene Farben gleiche Anzahl vs. verschiedene Anzahl (z. B. 3/3 oder 9/9 Elemente vs. 3/5 oder 7/9 Elemente) hatten jedoch keinen Einfluß auf den Invarianzbegriff. Auch Roll (1970) konnte keinen Unterschied feststellen, ob die Mengenerhaltung mit einem erwünschten oder mit einem neutralen Material (Bonbons vs. Plättchen) überprüft wurde. Wir haben in den Untersuchungen von Schurrmann (1971) und Calhoun (1971) bereits gesehen, daß bei den jüngsten Kindern dieser Unterschied durchaus von Bedeutung sein kann. Die jüngsten Kinder werden offensichtlich erst durch die Bonbons für die Aufgabe interessiert, während für die älteren das Problem als solches bereits motivierend sein kann.
Auf eine andere wichtige Materialeigenschaft haben Piaget und Szeminska (1965) bereits selbst hingewiesen. Das Erkennen der Gleichmächtigkeit zweier Mengen, deren Elemente in Stück-für-Stück-Korrespondenz gebracht sind, fällt den Kindern um so leichter, je stärker die korrespondierenden

Objekte aufeinander bezogen sind. "Eine Blume in eine Vase oder ein Ei in einen Eierbecher zu stecken stellt in den Augen der Kinder eine engere Verbindung zwischen den korrelativen Elementen her als einfach ein Glas neben eine Flasche zu stellen" (Piaget/Szeminska, 1965, S. 70).
Meixner (berichtet in Rauh, 1972) konnte diese Beobachtung bei einem Vergleich von Materialien mit hohem Aufforderungs- und großem Zusammengehörigkeitscharakter (z.B. Hund-Hundehütte, Puppe-Bettchen) und mit Materialien geringen Aufforderungs- und niedrigem Zusammengehörigkeitscharakter (z.B. weiße und scharze Klötze, rote und blaue Stäbe) bestätigen. Am deutlichsten zeigt sich dieser Einfluß bei jüngeren Kindern im Durchschnittsalter von 4;4 Jahren. Durch diesen Materialeffekt konnte ein sehr signifikanter Anteil an der Streuung der Ergebnisse erklärt werden, "d. h., wenn ich die Materialien der Aufgabe kenne, kann ich mit einiger Sicherheit vorhersagen, welche Aufgaben besser oder schlechter gelöst werden" (Rauh, 1972, S. 135).

Außer diesen Materialeigenschaften, die den Erwerb des Invarianzbegriffes fördern oder hemmen können, lassen sich auch bestimmte Reihenfolgeeffekte nachweisen. In der Untersuchung von Zimiles (1966) erwies sich als sehr bedeutsam, ob im ersten Versuch eine kleine oder eine große Menge gegeben wurde. Mußten die Kinder zuerst eine kleine Menge beurteilen, so antworteten sie bei größeren Mengen signifikant häufiger richtig, als wenn die große Menge zuerst geboten wurde.

Der fördernde Effekt der klein/groß Reihenfolge stellt sich besonders bei Kindergartenkindern ein. Wenn man den Kindern also die Gelegenheit gibt, an Aufgaben mit einem geringen Schwierigkeitsgrad die relevanten Lösungsprinzipien zu erarbeiten, können sie diese auf komplexere Aufgaben übertragen.

Einen anderen Reihenfolgeeffekt, der allerdings eher als Übungs- oder Wiederholungsgewinn bei strukturell ähnlichen Aufgaben bezeichnet werden kann (Lernset), konnte Meixner nachweisen. Er gab zu jeder der 3 Aufgabengruppen (höhere, mittlere oder niedrige Kohäsion) jeweils 3 verschiedene Aufgaben, die in der Reihenfolge der Darbietung von Kind zu Kind variiert wurden. Dabei stellte sich heraus, daß innerhalb jeder Aufgabengruppe die zweite Aufgabe häufiger richtig beantwortet wurde als die erste, und die dritte wiederum häufiger als die zweite. Am stärksten war der Lerngewinn von der ersten zur zweiten Aufgabe.

Einen ähnlichen Reihenfolgeeffekt konnte Goldschmid (1967) nachweisen. Bei drei verschiedenen Invarianzaufgaben wurde jeweils eine Menge dreimal hintereinander verändert. Obwohl der Schwierigkeitsgrad der Veränderungen von Mal zu Mal anwuchs, nahm die Anzahl der Invarianzurteile vom 1. bis zum 3. Versuch zu.

Auf den Invarianzbegriff haben also eine Reihe von Lernbedingungen Einfluß, die seinen Erwerb fördern oder behindern können. Je nachdem welche Faktoren in den Untersuchungen berücksichtigt werden, erreicht ein Kind einmal zu einem früheren und einmal zu einem späteren Zeitpunkt das operatorische Stadium.

Flavell und Hill (1969) meinen daher, daß es angemessener sei, weniger von einem Zeitpunkt zu sprechen, an dem die Erhaltungsbegriffe ausgebildet seien, sondern vielmehr von einem Zeitraum, in dem sie sich entwickeln.

Vor allem wendet sich auch Zimiles (1963, 1966) gegen die Annahme, daß die Mengenerhaltung eine Größe sei, die auf der Basis des Alles-oder-Nichts funktioniere. Die konsequente Aufteilung in Erhalter und Nicht-Erhalter ist seiner Meinung nach eine unzulässige Vereinfachung, die bedeutsame Unterschiede in den Reaktionen der Kinder unberücksichtigt läßt.
Zimiles sieht den Aufbau geistiger Strukturen in Anlehnung an Werner als Differenzierungsprozeß an, d. h. als eine "Verfeinerung der psychischen Erscheinungen und Funktionen" (Werner, 1953, S. 35). Einerseits ist der Befund, daß eine Aufgabe mit kleinen Mengen die folgenden komplexeren Situationen positiv beeinflußt, ein Beweis dafür, daß viele der Vorschulkinder die kognitive Struktur oder einen begrifflichen Rahmen ("conceptual framework") besitzen, um Invarianzaufgaben bewältigen zu können. Andererseits beweist die Notwendigkeit, zunächst einfachere Aufgaben zu bearbeiten, damit die schwierigeren besser gelöst werden können, daß die Begriffe der Kinder im Vorschulalter noch wenig organisiert und weniger systematisch sind als bei älteren Kindern.

Der gesamte Prozeß der Differenzierung und der Bestimmung der Rangordnung von wichtigen und unwichtigen Eigenschaften einer Menge (z.B. die Anzahl, der eingenommene Raum, die Dichte der Reihe, die Größe, die Farbe und die Form der Elemente u.a.) - was auch Bartmann (1967 und 1969)

betont - befindet sich noch im Aufbau und bedarf noch mannigfacher Erweiterung und Festigung, ehe der Begriff der Mengenerhaltung ausreichende Stabilität und Konsistenz besitzt. Zimiles hält es daher auch für angemessener, die Entwicklung des Zahlbegriffes zu beschreiben "as something that gradually changes in the direction of greater clarity and precision" (Zimiles, 1963, S. 357).

Überhaupt scheint sich in den letzten Jahren eine klare Zweiteilung der theoretischen Positionen herauszubilden.
Flavell und Hill (1969) charakterisieren den Unterschied folgendermaßen:

"The Genevans tend to credite the child with, say, a conservation concept only when their concept is very solidly planted in his cognitive concept (generalizable across tasks, well rationalized, involnerable to experimental countersuggestion etc.); in contrast, non Genevans are inclined to believe that the concept may be genuinely in the repertoire at earlier stages, although fragilely and unstably so, and that test probes which bypass some of the young child's limitations .. may bring a latent grasp of it to the surface"(S. 20).

Der erste Standpunkt räumt pädagogischen Bemühungen, Vorschulkindern beim Aufbau bestimmter geistiger Strukturen behilflich zu sein, keinen Spielraum ein.

Der zweite Standpunkt, zu dem wir auch Zimiles' und Aebli's theoretischen Ansatz zählen, erlaubt dagegen eine planmäßige Förderung.

4.3 Übungswirkungen auf den Invarianzbegriff

Versuche, den Begriff der Mengenerhaltung experimentell zu beeinflussen, liegen inzwischen in großer Zahl vor, und unsere Darstellung erhebt keineswegs den Anspruch auf Vollständigkeit (vgl. auch Montada, 1970 und Rauh, 1972). Jeder Ordnungsversuch muß angesichts der verschiedenen theoretischen Standpunkte und unterschiedlichen Übungsverfahren willkürlich erscheinen. Uns erscheint es aber sinnvoll, die Trainingsexperimente danach aufzuteilen, welche der vier beim Erkennen der Invarianz beteiligten geistigen Funktionen: der Wahrnehmung, der Sprache, den logischen Operationen und dem Wissen und den Kenntnissen der Kinder im Umgang mit bestimmten Materialien besonders gefördert werden.

4.3.1 Beseitigung irreführender Wahrnehmungen

Das Kind im voroperatorischen Stadium wird bei der Beurteilung von Invarianzaufgaben durch den beherrschenden Wahrnehmungseindruck (z. B. Länge der Reihe oder Höhe des Glases oder Länge der Plastilinwurst) dazu verleitet, die Erhaltung der Menge zu bestreiten.

Wenn aber noch keine irreführende Wahrnehmung vorhanden ist, wie z.B. bei der Vorhersage, ob die Menge gleichbleibt, wenn eine bestimmte Veränderung durchgeführt wird, zeigen bereits 4- und 5jährige Kinder signifikant bessere Leistung als bei der Wahrnehmung der veränderten Menge (Pratoomraj/Johnson, 1966). Frank (berichtet in Bruner/Olver/Greenfield, 1971) machte sich diese Tatsache zunutze. Er schirmte die umgeschüttete Flüssigkeitsmenge durch einen Papierschirm ab, so daß sich die Kinder auf die Identität der Flüssigkeit konzentrieren konnten und von Wahrnehmungen nicht abgelenkt wurden. Die Kinder konnten wohl das Umschütten, aber nicht die umgeschüttete Flüssigkeit sehen. Frank erreichte auf diese Weise, daß bereits 70 % der 5jährigen Kinder (Vortest 20 %) die Konstanz der Flüssigkeitsmenge erkannten. Auch ein Teil der Vierjährigen behaupteten die Mengenerhaltung, solange das Glas verdeckt war. Wurde der Schirm aber fortgenommen, so bestritten sie - im Gegensatz zu den Fünfjährigen - die Invarianz. Feigenbaum und Sulkin (1964) berichten ebenfalls von Erfolgen, wenn den Kindern beim Umschütten der Perlen in ein anderes Glas die Augen verbunden wurden.

In einer Nachuntersuchung zu dem Frank'schen Experiment durch Strauß und Langer (1970) konnte der positive Einfluß des Abschirmens der irreführenden Wahrnehmung nicht bestätigt werden. Allerdings wählten Strauß und Langer strengere Beurteilungskriterien als Frank. Sie ordneten erst dann ein Kind dem Invarianzstadium zu, wenn es angemessene Begründungen für seine Urteile geben konnte. Das Ausschalten der Wahrnehmung der veränderten Mengengestalt

ist also ein wichtiger Schritt beim Erkennen der Invarianz, es reicht aber nicht aus, um bereits von einem operatorischen Niveau im Sinne Piagets zu sprechen.

Hemmer (1972) versuchte auf einem anderen Wege den beherrschenden Wahrnehmungseindruck zu beseitigen, und zwar mit einem Verfahren, das er "provozierte Gestaltdeformation" nennt. Die Kinder sollten 10 Würfel einer Reihe, die in Korrespondenz mit einer zweiten Würfelreihe lagen, aus der Höhe auf den Tisch fallen lassen. Durch die Zerstreuung der Würfel und die Willkürlichkeit der Mengengestalt, die dadurch erreicht wurde, sollte das Erkennen der Mengenerhaltung hervorgerufen werden. Hemmer konnte mit diesem Verfahren auch einen Erfolg vorweisen. 57,5 % der Kinder, die vorher die Erhaltung nicht erkannten, beurteilten nach der Übung die Gestaltveränderung richtig.

4.3.2. Die Vermittlung sprachlicher Regeln

Mit der Rolle der Sprache beim Erwerb des Invarianzbegriffs haben wir uns weiter oben bereits auseinandergesetzt. An dieser Stelle soll von einigen Untersuchungen die Rede sein, in denen versucht wurde, durch das Benennen der relevanten Dimensionen den Invarianzbegriff zu beeinflussen.

Beilin (1965) versuchte seinen durchschnittlich 5;4 Jahre alten Kindergartenkindern das Prinzip der Invarianz durch Belehrung und Vermittlung einer sprachlichen Regel bewußt zu machen. Er machte seine Vpn darauf aufmerksam, daß die Lageveränderung der Elemente nur eine größere oder geringere Anzahl vortäusche, daß die Mengen aber immer noch gleich seien, da ja nichts dazugetan und nicht fortgenommen worden sei.

Sonstroem (berichtet in Bruner, Olver und Greenfield, 1971) hat ein ähnliches didaktisches Sprachtraining bei Invarianzaufgaben mit Plastilin durchgeführt. In einzelnen Sitzungen wurden die relevanten Beziehungen (Dicke und Länge der Kugel bzw. Wurst) erarbeitet. Die Kinder sollten erfassen, daß die zu einer Wurst ausgerollte Kugel zwar länger, die Vergleichskugel aber dicker sei, und daß man aus der Wurst wieder eine Kugel machen könne. Peters (1970) und Siegler und Liebert (1972) haben ebenfalls wie Beilin, durch Vermittlung einer sprachlichen Regel, und Figurelli und Keller (1972) durch Korrekturen und Erklärungen bei falschen Antworten versucht, den Erwerb des Invarianzbegriffs zu fördern.

Die Ergebnisse dieser Experimente sind ziemlich einheitlich. Mit Ausnahme der Untersuchung von Sonstroem berichten alle Autoren von positiven Einflüssen der Sprache auf den Erwerb des Invarianzbegriffs. Die Übungsgruppen zeigen im Vergleich zu den Kontrollgruppen einen signifikanten Leistungsanstieg vom Vor- zum Nachtest.
Sonstroem fand dagegen, daß die Benennung und Herausarbeitung der relevanten Dimensionen allein wenig erfolgreich war (40 % Invarianz).
Sie erwies sich erst dann als besonders wirksam, wenn das Kind gleichzeitig mit dem Material umgehen konnte (80 % Invarianz).
Wir werden noch bei einigen anderen Arbeiten feststellen, daß häufig diejenigen Übungsgruppen am meisten profitierten, in denen gleichzeitig zwei oder drei Verfahren berücksichtigt wurden.

4.3.3 Förderung der logischen Operationen

Der größte Teil der Experimente zum Invarianzbegriff versucht die am Prozeß beteiligten logischen Operationen zu fördern oder einen kognitiven Konflikt zu erzeugen.

(1) Kognitiver Konflikt
Nach Piaget's Äquilibrationstheorie gelangt ein Kind erst dann zu einem kognitiven Gleichgewicht und zu einem höheren strukturellen Niveau, wenn es die Unzulänglichkeit eines bestimmten Handlungsschemas erlebt und damit einen kognitiven Konflikt erfahren hat.

Gruen (1965) versuchte, einen kognitiven Konflikt auf folgende Art zu erzeugen:
Dem Kind wurden auf einem scherenähnlichen Apparat, mit dem man zwei Reihen verlängern oder verkürzen konnte, Korken in Zuordnung geboten. Glaubte nun das Kind nach der Veränderung der Reihen, in der verlängerten Reihe seien mehr Elemente enthalten, so nahm der Vl so lange Korken aus der Mitte dieser Reihe, bis die Aufmerksamkeit des Kindes von der Länge auf die Dichte der Reihe fiel. Gruen nimmt an, daß aus der wechselnden Beachtung der Länge und der Dichte der Reihe das Kind einen kognitiven Konflikt erlebt, der zum Invarianzurteil führt.
Rauh (1972) hat das gleiche und Montada und Schulze (1972) haben ein etwas verändertes Verfahren eingesetzt.

Smedslund (1961) versuchte durch Kombination des Verformungs- und Additions-Subtraktionsschemas einen kognitiven Konflikt zu erzeugen. Wird eine von zwei Plastilinkugeln (A + B) verformt und gleichzeitig von A oder B ein kleines Stückchen Plastilin fortgenommen, so kann sich das Kind

bei seinem Invarianzurteil entweder auf die Verformung oder die Addition/Subtraktion beziehen. Die Frage, die zum kognitiven Konflikt führt, heißt: "Ist in der Wurst mehr Knete enthalten, weil sie länger ist, oder weniger,weil etwas von ihr fortgenommen wurde?" Das Kind gelangt erst dann zu einem kognitiven Gleichgewicht, wenn es das Verformungsschema aufgibt und sich auf das angemessene Additions/Subtraktionsschema verläßt.

Beide Autoren berichten, daß das Konflikttraining zwar erfolgreicher war als ein Verstärkungstraining (auf das wir noch eingehen werden), mit dem eine zweite Gruppe unterwiesen wurde, daß jedoch kein statistisch bedeutsamer Unterschied zwischen den Leistungen beider Gruppen bestand. Ein Transfer vom Zahlenerhaltungstraining auf Längen- und Substanzerhaltung (Gruen) oder einen Widerstand gegenüber Suggestivfragen (Smedslund) konnte in keiner Trainingsgruppe festgestellt werden. In der Untersuchung von Rauh (1972) war zwar aufgrund des Gruen'schen Konflikttrainings bei einigen Aufgaben ein signifikanter Anstieg zu beobachten, insgesamt aber waren die Erfolge mäßig.

(2) Addition und Subtraktion

Wir haben bereits festgestellt, daß Kinder sehr früh wissen, daß durch das Hinzufügen oder Fortnehmen von Elementen Mengen vergrößert oder verkleinert werden. Addition und Subtraktion als Übungsverfahren vermögen zwar die Aufmerksamkeit der Kinder von den Wahrnehmungsdimensionen auf die Quantität der Menge zu lenken, das Hinzufügen oder Fortnehmen von Elementen allein erzeugt aber noch keine Invarianz (Lovell/Ogilvie, 1960; Wallach/Wall/Anderson, 1967; Feigenbaum/Sulkin, 1964; Curcio/Robbins/Ela, 1971).

(3) Reversibilitätstraining

Das Reversibilitätstraining ist erstmals von Wallach und Mitarbeitern (Wallach/Sprott, 1964; Wallach/Wall/Anderson, 1967) durchgeführt und dann in verschiedenen Experimenten in gleicher oder ähnlicher Form wiederholt worden (Roll, 1970; Rauh, 1972; Peters, 1970; Montada/Schulze, 1972; Whiteman/Peisach, 1970).
Wallach ließ von ihren Kindern Püppchen und Bettchen in Stück-für-Stück-Korrespondenz legen und veränderte dann eine Reihe. Glaubte das Kind nun, daß in der kürzeren Reihe weniger Elemente enthalten seien, wurde ein Püppchen bzw. ein Bettchen hinzugelegt, so daß beide Reihen wieder gleichlang waren. Anschließend wurden die Püppchen wieder in ihre Bettchen zurückgelegt (Zuordnung). Dabei mußte notwendigerweise ein Püppchen oder ein Bettchen übrigbleiben, was bei den Kindern zu Überraschungen führte.

Peters (1970) verglich ein einfaches Reversibilitätstraining (gleiche Objekte) mit einem zweiten, in dem die Paare in beiden Reihen gleiche Farben oder gleiche Muster besaßen, und einem dritten, in dem gleichzeitig Regeln über die Mengenerhaltung (ähnlich Beilin, 1965) vermittelt wurden.

Whiteman und Peisach (1970) betonten in ähnlicher Weise wie Peters die Paarigkeit der Objekte durch farbige Verbindungslinien und verglichen dieses Übungsverfahren mit einem zweiten, in dem die verschobenen Partner an die ursprüngliche Stelle zurückgestellt wurden. Montada und Schulze (1972) kombinierten das Konflikttraining von Gruen mit einem Reversibilitätstraining.

In all diesen Verfahren sollten durch mehrmalige Wiederholung der verschiedenen Anordnungen die Kinder dazu angeleitet werden, die Erhaltung der Menge durch Korrespondenz zu überprüfen und die vollzogene Operation als umkehrbar zu erkennen. Die Ergebnisse sind unterschiedlich. Wallach berichtet von hohen Steigerungsraten vom Vor-zum Nachtest. 14 von 15 Kindern (Wallach/Sprott, 1964) bzw. 12 von 14 Kindern (Wallach/Wall/Anderson, 1967) der Übungsgruppen erwarben den Invarianzbegriff.

Den Kindern gelang auch die Übertragung auf andere diskontinuierliche Materialien, jedoch nicht auf den Flüssigkeitstest. Die positiven Ergebnisse von Wallach und Mitarbeitern konnten Roll (1970) und Rauh (1972) nicht ganz bestätigen.

Roll (1970) fand zwar, daß die Kinder der Übungsgruppe signifikant mehr richtige Invarianzurteile abgaben, daß sich jedoch das Niveau ihrer Begründungen nicht verbesserte.
In der Untersuchung von Rauh (1972) wirkte sich das Training zwar positiv (aber nicht in dem Ausmaß wie bei Wallach) auf Anzahlaufgaben aus, auf kontinuierliche Materialien und die Längeninvarianz so gut wie gar nicht.
In der Untersuchung von Peters (1970) bewirkte das einfache Reversibilitätstraining relativ wenig. Wenn dagegen die Zuordnung der Objekte durch Farben betont oder sprachliche Regeln vermittelt wurden, waren die Gruppen erfolgreicher.
Auch Whiteman und Peisach (1970) fanden, daß die wahrnehmungsmäßige Unterstützung durch farbige Verbindungslinien ein Anwachsen des Prozentsatzes an richtigen Urteilen und Begründungen hervorrief.
Das kombinierte Konflikt- und Reversibilitätstraining erwies sich in der Untersuchung von Montada und Schulze (1972) ebenfalls als erfolgreich

(4) Mobilisierung des Denkens

Bei den Trainingsexperimenten zur Multiplikation von Klassen sind wir bereits auf die Förderung durch Mobilisierung des Denkens gestoßen (Montada, 1968). (S. o. S. 61)
Montada und Schulze (1972) haben nun versucht, das gleiche Verfahren beim Erwerb des Invarianzbegriffes einzusetzen. Durch wechselnde Beachtung der Länge (Welche Reihe ist länger?) und der Dichte der Reihe (In welcher Reihe ist der Zwischenraum größer?) versuchten sie, die Beweglichkeit des kindlichen Denkens zu verbessern. Die Auswirkung dieser Übungen sind jedoch nur unbedeutend.

(5) Förderung mehrerer logischer Operationen

Wir haben bereits gesehen, daß einige Experimente besonders erfolgreich waren, wenn nicht ein, sondern zwei Verfahren gleichzeitig verwendet wurden. Sigel, Roeper und Hooper (1964) haben nicht versucht, den Invarianzbegriff direkt zu fördern, wie in allen anderen Experimenten, sondern logische Grundfähigkeiten, die den Invarianzbegriff vorbereiten, bei 4;9 bis 5-jährigen Kindern aufzubauen. Die Kinder sollten zunächst erfahren, daß man Gegenstände entsprechend ihren unterschiedlichen Eigenschaften in verschiedener Weise kombinieren kann (multiple Klassifikation). (Außerdem wurde eine Aufgabe zur Reversibilität gestellt.)
Sie sollten außerdem erkennen, daß die Summe einer Menge von Münzen, unabhängig von der Einteilung in verschiedene Gruppen, konstant bleibt (Reversibilität). Die Ergebnisse sind (trotz der geringen Zahl von Vpn) eindrucksvoll. Von den 8 Kindern der Übungsgruppe, die in einem Vortest variante Antworten gaben, erreichten 5 Kinder die Substanz-, 5 Kinder die Gewichts- und 1 Kind die Volumenerhaltung bei Plastilinaufgaben, und 3 Kinder erkannten die Konstanz von Flüssigkeitsmengen. Dieses Ergebnis ist vor allem deshalb beeindruckend, weil normalerweise der Begriff des invarianten Gewichtes erst mit 9 bis 10 Jahren erworben wird (Piaget/Inhelder, 1969, Elkind, 1961; Uzgiris, 1964).

Verschiedene operative Aktivitäten wurden auch von Schmalohr und Winkelmann (1969) eingesetzt. Je nach den Lernhilfen, die bei dem einzelnen Kind erforderlich waren, wurden Übungen zur Kompensation, Reversibilität, Addition/Subtraktion gegeben. Im Nachtest erreichten die geförderten Kinder signifikant bessere Ergebnisse. Das Training mit dem Gläser-Perlen-Versuch übertrug sich relativ stark auf die Stück-für-Stück-Korrespondenz mit Eier-Eierbechern, nur mäßig dagegen auf die Verformung von Platilinkugeln.

4.3.4 Aufbau grundlegender Erfahrungen

Zuletzt bleibt noch eine Gruppe von Trainingsexperimenten darzustellen, in denen die Übungsverfahren auf bereits vorhandenen Kenntnissen, Fertigkeiten und Wissenselementen aufbauen oder in denen zunächst notwendiges Wissen erworben wird.

Curcio, Robbins und Ela (1971) beobachteten, daß von 167 Kindergartenkindern im Alter von 3;6 bis 5;4 Jahren nur 13 Kinder die Mengenerhaltung an 5 Plättchen, 52 dagegen an ihren 5 Fingern erkannten. Die Kinder wissen also sehr früh, daß die Anzahl der Finger an der Hand konstant bleibt, unabhängig davon, ob diese gespreizt sind oder eng zusammenliegen. Die Autoren bauen auf dieser Kenntnis der Kinder ein Förderprogramm auf, indem sie die Analogie zwischen der Konstanz der Finger und anderer Gegenstände hervorheben.

Das Kind erhält an jeden Finger seiner beiden Hände einen Ring. Die Finger der einen Hand werden gespreizt, die der anderen Hand bleiben zusammen. Anschließend werden die Ringe von einer Hand, später von beiden Händen abgenommen, auf denTisch gelegt, zueinander in Korrespondenz gebracht, ihre Anordnung verändert und jedesmal die Mengenerhaltung überprüft. Montada und Schulze (1972) nutzten in ähnlicher Weise die strukturelle Ähnlichkeit zwischen dem Spreizen der Finger und der Lageänderung von Objekten als Übungsmöglichkeit aus. In beiden Untersuchungen wird von guten Ergebnissen berichtet. Nach diesem Übungsverfahren, das Montada und Schulze (1972) "struktureller Transfer" nennen, erwarben signifikant mehr Kinder den Begriff der Mengenerhaltung als nach einem Konflikt- oder Mobilisierungstraining.
Curcio, Robbins und Ela (1971) berichten, daß 11 von 16 Kindern der Übungsgruppe die Mengenerhaltung erkannten. In einem zweiten Nachtest war die Anzahl sogar auf 13von 16 Kindern angestiegen

In einer Reihe von Untersuchungen ist überprüft worden, welche Bedeutung die "Verstärkung" bei der Entwicklung der Mengenkonstanz hat. Das Urteil des Kindes sollte durch Abzählen der Elemente (Wohlwill/Lowe, 1962; Gruen, 1965; Rauh, 1972; Hemmer, 1972; Curcio/Robbins/Ela, 1971) oder durch Abwiegen der Plastilinkugeln (Smedslung, 1961) bestätigt oder widerlegt werden.
Nun haben aber bereits Piaget und Szeminska (1965) darauf hingewiesen, daß Kinder im voroperat orischen Stadium noch nicht über ein widerspruchfreies logisches System verfügen, um ein empirisches Maß (zählen, messen) als Bestätigung

oder Widerlegung einer Hypothese heranzuziehen. Die Kinder können zwar die Elemente zweier Reihen richtig abzählen, bestreiten aber dann trotzdem die Gleichmächtigkeit. "Zweifellos kann das laute Zählen im Augenblick, da die Korrespondenz quantifiziert wird und so zur Entstehung von Anfängen der Äquivalenz führt, den Entwicklungsprozeß beschleunigen. Als solche aber führen die Zahlennamen ihn nicht herbei" (Piaget/Szeminska, 1965, S. 87). In den Übungsprogrammen, die auf äußere "Verstärkung" durch Zählen und Messen oder sprachliche Korrekturen zurückgreifen, zeigte sich, daß zwar ein bestimmter Prozentsatz von Kindern von diesem Verfahren profitierten, daß Bekräftigung allein aber keine entscheidende Bedingung für den Erwerb des Invarianzbegriffes ist.

Von größerer Bedeutung scheint zu sein, daß das Kind zunächst einmal Einsicht in solche empirische Kontrollen wie Zählen oder Messen bekommt. Kingsley und Hall (1967) entwickelten ein Verfahren, das sie selbst kennzeichnen als "a demonstration and than exploration strategy with continual eliciting of student responses" (S. 1118). Zunächst erlebten die Kinder, daß Plastilinbälle verschiedenen Gewichts einen unterschiedlichen Druck auf die Handflächen ausüben. An Plastilinbällen (gleiches Gewicht und gleiche Größe, gleiches Gewicht und verschiedene Größe, verschiedenes Gewicht und gleiche Größe, verschiedenes Gewicht und verschiedene Größe) stellten die Kinder fest, daß die Hand, in der die schwerere Kugel lag, tiefer sank als die andere Hand. In einem zweiten Schritt wurde das gleiche Prinzip an einer Waage entdeckt. Die Kinder sollten das Gewicht von Kugeln abschätzen und an der Waage überprüfen und Bälle ungleichen Gewichts gleichmachen. Erst

im letzten Teil des Übungsprogramms wurden Konstanzurteile verlangt. Ein Ball oder beide Bälle wurden von der Waage genommen, verformt und dann wieder zurückgelegt. Das Wesentliche dieses Verfahrens ist, daß erstens die Kinder Einblick in das Meßverfahren bekommen, zweitens die Begriffe Größe und Gewicht differenziert werden, drittens die Kinder erleben, daß Addition und Subtraktion die einzigen Verfahren sind, die die Plastilinmenge verändern können, daß Verformungen aber die Mengen konstant lassen. 52 % der 5- und 6-jährigen Kinder gaben im Anschluß an das Übungsverfahren korrekte Urteile und angemessene Begründungen über die Gewichtskonstanz.

Zusammenfassung der Untersuchungen zur Invarianz

Das von Piaget und Mitarbeitern entdeckte Phänomen, daß Kinder bis etwa zum 6. Lebensjahr die Invarianz einer Menge bei Änderung der äußeren Erscheinungsform bestreiten, ist in einer Vielzahl von Untersuchungen bestätigt worden. Gleichzeitig wurde aber festgestellt, daß das strukturelle Niveau der Antworten und Begründungen der Kinder, das Piaget dem Niveau der intellektuellen Entwicklung gleichsetzt, nicht allein vom Lebensalter abhängt, sondern von der Situation, in der es realisiert wird. Anstatt von einem Zeitpunkt zu sprechen, an dem das Kind über den Erhaltungsbegriff verfügt, scheint es angemessener zu sein, von einem Zeitraum zwischen den ersten Anfängen und der systematischen Beherrschung aller strukturell ähnlichen Aufgaben auszugehen, in

dem sich der Begriff in Abhängigkeit von der Komplexität der Aufgabe allmählich herausbildet. Strukturen und Bedingungen, die den Erwerb des Invarianzbegriffs fördern oder begünstigen, sind im Einzelnen folgende:

(1) Kinder wissen bereits relativ früh, daß man Mengen durch Hinzufügen oder Fortnehmen von Elementen vergrößern oder verringern kann. Sie beherrschen außerdem die Technik der Stück-für-Stück-Korrespondenz, können aber noch nicht aufgrund der Zuordnung der Elemente entscheiden, welche Menge mehr und welche weniger Elemente enthält. Mengenvergleiche werden also vorwiegend auf intuitiver Ebene vorgenommen.

(2) Mengenvergleiche dürfen nicht mit Invarianzaufgaben verwechselt werden, da bei den letzteren von der Äquivalenz zweier Mengen ausgegangen und anschließend eine Menge verändert wird. Allerdings setzt das Erkennen der Invarianz den Vergleich zweier Mengen voraus. Jüngere Kinder beurteilen Mengen nach völlig unangemessenen Kriterien (z. B. Farbe und Größe der Objekte, näherliegende Reihe u.a.). Auf einer zweiten Stufe gilt die Länge der Reihe als Beurteilungsgrundlage für die Mächtigkeit einer Menge. Erst auf der dritten Stufe werden Länge und Dichte der Reihe zueinander in Beziehung gesetzt.

3) Die Begriffe "mehr" und "weniger" werden früher erworben als der Begriff "gleich".

4) Bevor die Kinder Begründungen für ihr Invarianzurteil abgeben, sind sie in der Lage, die Mengenerhaltung zu erkennen.

5) Das Erkennen der Identität einer veränderten Menge geht logisch und genetisch der Äquivalenz einer veränderten mit einer zweiten unveränderten Menge voraus.

6) An diskontinuierlichen Materialien und solchen, die bei Paarungsaufgaben einen starken Zusammengehörigkeitscharakter besitzen, wird die Erhaltung eher erkannt, als an kontinuierlichen Materialien und solchen, deren Zusammengehörigkeit weniger stark ist.

7) Invarianzaufgaben mit kleineren Mengen, am Anfang geboten, haben einen stabilisierenden Effekt auf schwierige Aufgaben mit größeren Mengen. Ein einfacher Übungseffekt ist bei mehreren hintereinander durchgeführten Aufgaben des gleichen Aufgabentyps und bei mehrmaligen Veränderungen der Menge zu beobachten.

8) Der Begriff der Mengenerhaltung kann durch Übungsprogramme beeinflußt werden. In den meisten Experimenten wird versucht, mit Hilfe eines einzelnen genau umschreibbaren Fraktors (der Wahrnehmung, der Sprache, der logischen Operationen oder der Erfahrung im Umgang mit bestimmten Materialien) den Erhaltungsbegriff aufzubauen.

5. Seriation oder Reihung

Im Gegensatz zur Klassifikation, bei der die Gemeinsamkeit von Gegenständen untersucht wird, baut die Seriation auf dem Unterschied hinsichtlich der Intensität eines Merkmals auf, der bei einer Gruppe von Gegenständen vorzufinden ist (z. B. verschiedene Länge, verschiedene Dicke, verschiedene Farbhelligkeit usw.). Diese Operation besteht also "nicht mehr darin, als gleichwertig betrachtete Individuen untereinander zusammenzufassen, sondern asymmetrische Beziehungen, die ihre Unterschiede ausdrücken, miteinander zu verbinden. Die Zusammenfassung dieser Unterschiede setzt also eine bestimmte Ordnung der Aufeinanderfolge voraus, und die so entstandene Gruppierung bildet folglich eine 'qualitative Seriation'" (Piaget, 1947, S. 50/51).

5.1 Einfache Seriation

Piaget untersuchte diese Ordnungsrelation, indem er Kindern 10 Holzpuppen verschiedener Größe gab, die er der Größe nach anordnen ließ. Gleichzeitig sollten jeder Holzpuppe der zugehörige von 10 verschieden langen Spazierstöcken

oder 10 verschieden großen Rucksäcken (aus Plastilin) gegeben werden (Piaget/Szeminska, 1965, S. 134 ff). Von den Kindern wird also mehr verlangt, als nur das Aufstellen einer Ordnungsrelation, nämlich die "Ordination". Dabei ist unter Ordination die Korrespondenz zweier natürlich geordneter Mengen zu verstehen, bei denen das Ordnungsprinzip der einen Menge dem der anderen Menge entspricht. Ordination und Seriation entwickeln sich gleichzeitig, denn wenn das Kind in der Lage ist, eine Reihe der Größe nach aufzubauen, kann es eine zweite Reihe zuordnen.

In der Entwicklung der Seriation beobachtete Piaget drei Phasen. Auf der ersten Stufe (bis 5 Jahre etwa) gelingt dem Kind die aufsteigende Reihe noch nicht. Es bildet mehrere kleine, aus zwei oder drei Elementen bestehende Reihen, die aber nicht koordiniert sind. Einfache Größenrelationen stellen Kinder bereits sehr früh fest, es fehlt ihnen aber noch die Vorstellung einer auf- oder absteigenden Reihe. Ich konnte z. B. in einem kleinen Versuch bei meiner 2 1/2jährigen Tochter beobachten, daß sie von 10 Bällen verschiedener Größe auf Anweisung nacheinander den größten und von den verbleibenden wieder den größten usw. bis zum letzten Ball heraussuchen konnte.
Es bereitete ihr auch keine Schwierigkeiten, zuerst den kleinsten, dann den nächsten Ball usw., oder abwechselnd einmal den kleinsten, dann den dicksten Ball usw. auszuwählen.

Wenn ich sie jedoch aufforderte, eine aufsteigende Reihe selbst nur mit drei oder vier Bällen zu bilden, war sie überfordert, da sie den Auftrag gar nicht verstanden hatte. Piaget's Beobachtung, daß bereits 10 bis 12 Monate alte Kinder drei Gegenstände der Größe nach anordnen können (Piaget/Szeminska, 1965), ist vermutlich nur so zu verstehen, daß spontan im Spiel der Kinder Reihungen vorkommen, in denen drei Gegenstände der Größe nach geordnet sind.

Auf der zweiten Stufe (5 bis 6 Jahre) gelingt dem Kind bereits die Reihe, aber erst nach mehrmaligem Verschieben und Umstellen der Elemente. Wenn es z. B. das Element C zu B stellt und A noch hinzufügt, so daß die Reihe B C A entsteht, kann es daraus die richtige Reihenfolge A B C herstellen. Die Koordination A<B<C ist für das Kind auf dieser Stufe aber weder spontan, noch systematisch. Das Ergebnis beruht allein auf der Diskrepanz zwischen der vorgestellten Figur (z. B. Treppe) und der wahrgenommenen. Wenn es z. B. aufgefordert wird, neue Elemente in die bereits bestehende Reihe einzuordnen, können folgende Reaktionen vorkommen:

a) es baut aus den zusätzlichen Elementen eine neue Reihe auf,
b) es tauscht Elemente aus, anstatt sie einzuordnen,
c) es setzt die Elemente ein, ohne Rücksicht auf die Größenordnung.

Auf der 3. Stufe ist das Vorgehen des Kindes systematisch. Es wählt zunächst das kleinste (oder größte) Element und von den verbleibenden wieder das kleinste (oder größte) usw. Auf diese Weise baut es planmäßig eine aufsteigende oder absteigende Reihe. Das Kind kann in der Vorstellung die Reihe in beiden Richtungen ordnen. E>D und E<F begreift es nicht mehr als gegensätzlich, sondern als sich ergänzend. Das Einsetzen neuer Elemente bereitet daher keine Schwierigkeiten.

Die wenigen Experimente zur Seriation, die im Anschluß an Piaget durchgeführt worden sind, zeigen ebenso wie bei der Klassifikation und der Invarianz, daß Piagets Phaseneinteilung in dieser Ausschließlichkeit nicht bestehen bleiben kann. Das Leistungsniveau des Kindes hängt wesentlich ab von der Komplexität der Aufgabe und dem Material, mit dem die Seriation überprüft wurde.

Laux (1969a) ließ zunächst zwei Serien von je 4 Holzstäbchen der Größe nach ordnen. Der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stäbchen war nur 1,5 mm lang, so daß die Aufgabe zwar wegen der geringen Zahl der Elemente leicht war wegen des geringen Längenunterschiedes aber eine gewisse Schwierigkeit aufwies. Die Stäbchen der zweiten Serie waren insgesamt etwas länger als die der ersten Serie. 72,5 % der 80 Kinder im Alter von 6 Jahren konnten beide Serien aufbauen. Sollte aber eine alternierende Reihe (A A' B B' C C' DD') hergestellt werden, so gelang diese nur 25 % der Kinder.
Aufgrund der Ergebnisse zur einfachen Seriation hätte man den größten Teil der Kinder zur dritten

Stufe rechnen müssen. Die Ergebnisse zur alternierenden Reihe geben jedoch ein abweichendes Bild.

Die Materialabhängigkeit des Leistungsniveaus bei Seriationsaufgaben konnte Elkind (1964) nachweisen. Zwar bestand zwischen den systematischen Lösungen der 4-, 5- und 6-jährigen Kinder ein signifikanter Unterschied, so daß eine Altersabhängigkeit durchaus vorhanden war, doch ließen sich dreidimensionale Objekte (Würfel) leichter ordnen als zweidimensionale (Holzplatten) und diese wiederum leichter als eindimensionale Objekte (Holzstäbchen).

Wenn die Fähigkeit, Dinge in eine systematische Ordnung zu bringen, von solchen manipulierbaren Faktoren wie Schwierigkeitsgrad der Aufgabe (dazu muß auch die Zahl der Elemente gezählt werden) und Art der Gegenstände abhängt, so muß man diese Fähigkeit auch fördern können.

5.2 Multiplikation von Serien

In ähnlicher Weise wie man Klassen multiplizieren kann, lassen sich auch Relationen in einer Matrix anordnen.
Inhelder und Piaget (1964, S. 269) gaben Kindern verschiedenen Alters 49 Karten mit Abbildungen von Laubblättern, die 7 verschiedene Größen und 7 verschiedene Grünschattierungen aufwiesen.

Von den Kindern wurde hierbei nicht nur verlangt, Serien herzustellen, sondern die Serien auch miteinander zu multiplizieren. Auf der ersten Stufe gelingt weder die Seriation noch die Multiplikation. Es wurden bestenfalls Klassen gebildet. Auf der zweiten Stufe konstruierten die Kinder zwar Serien, die aber noch nicht kombiniert wurden. Sie faßten entweder nur die Helligkeits- oder nur die Größenunterschiede ins Auge. Erst mit dem 7. Lebensjahr wurden beide Serien zueinander in Beziehung gesetzt.

Lovell, Mitchell und Everett (1963) wiederholten die Blätteraufgaben an 5- bis 10-jährigen Kindern, jedoch nur mit 16 Karten, die in eine 4 x 4-Matrix angeordnet werden mußten. Die 5- bis 7-jährigen Kinder brachten vorwiegend partielle Koordinationen zustande. Erst mit dem 8. Lebensjahr lösten nahezu alle die Aufgaben. Piaget's Ergebnisse werden in diesem Experiment also bestätigt.

Eine Erweiterung der Multiplikationsaufgaben brachten Bruner und Kenney (Bruner, Olver, Greenfield, 1971). In einer 3 x 3-Matrix sollten 9 Plastikbecher (jeweils 3 Durchmesser- und 3 Höhenabstufungen) von 5-,6- und 7-jährigen Kindern eingeordnet werden. In Ergänzungsaufgaben sollten ein oder mehrere Zylinder, die vorher entfernt worden waren, wieder richtig in die vorgegebene Ordnung eingefügt werden.

In einer 2. Aufgabe wurden die Becher vermischt und das Kind sollte die ursprüngliche Ordnung wieder herstellen (Reproduktionsaufgabe). In einem 3. Aufgabentyp wurde von den Kindern die Umkehrung der alten Ordnung verlangt. Das niedrigste Glas mit dem kleinsten Durchmesser sollte nicht als erstes links unten, sondern als letztes rechts oben in der Ecke der Matrix stehen (Transpositionsaufgabe). Die Ergebnisse zeigen, daß 5-jährige Kinder zwar Ergänzungen aber noch keine Transpositionen bewältigen. Erst mit dem 7. Lebensjahr zeigt sich darin ein deutlicher Anstieg.

Mackay, Frazer und Ross (1971) gaben 90 Kindern im Alter von 5 - 8 Jahren die gleiche Aufgabe wie Bruner und Kenney und verglichen sie mit einer ähnlichen Aufgabe zur Multiplikation von Klassen (geometrische Figuren: drei Farben x drei Formen). Sie fanden, daß die Umkehrung bei der Multiplikation von Relationen signifikant schwerer war als bei der Klassenmultiplikation.
Diesem Befund steht ein Ergebnis von Smedslund (1964) entgegen. Er fand, daß Multiplikationen von Klassen und Relationen etwa gleich schwierig waren. In seinem Experiment lösten die Kinder entweder beide Aufgaben (43 %) oder sie lösten beide nicht (41 %).

Shantz (1967) versuchte in einer Untersuchung den Grad der Beziehung zwischen der Multiplikation von Klassen, Relationen und räumlichen Begriffen festzustellen. Räumliche Multiplikationen beziehen sich auf die horizontale und vertikale Raumachse (rechts-links; vorn-hinten; oben-unten) und bestehen in Kombinationen wie "hinten-links" oder "unten-rechts".

Shantz fand trotz der inhaltlich sehr unterschiedlichen Aufgaben eine signifikante Korrelation zwischen den Aufgaben bei drei verschiedenen Altersgruppen (bei 7 1/2-jährigen Kinder r = . 56;bei 9 1/2-jährigen Kindern r = . 69; bei 11 1/2-jährigen r = . 50). Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen von Smedslund und Shantz einerseits und Mackay, Frazer und Ross andererseits lassen sich vermutlich zum Teil auf die unterschiedliche Aufgabenstellung zurückführen (bei Shantz brauchten die Kinder keine Transpositionen vorzunehmen, sondern mußten -ähnlich dem Matrizentest von Raven- ein Element aus 6 Alternativen auswählen, das an eine leere Stelle in der Matrix eingeordnet werden konnte), zum Teil auch auf die Altersunterschiede zwischen den Versuchsgruppen, denn Shantz wählte ausschließlich Altersgruppen, von denen man nach Piaget annehmen konnte, daß sie bereits das operatorische Niveau erreicht hatten.

Zusammenfassung der Untersuchungen zur Seriation

Die ordinale Funktion des Zahlbegriffs wird durch die Operation der Seriation vorbereitet, die darin besteht, Gegenstände, die sich hinsichtlich eines Merkmals quantitativ unterscheiden, in eine asymmetrische Ordnungsrelation zu bringen. Piaget nimmt an, daß diese Operation etwa zu dem gleichen Zeitpunkt beherrscht wird, zu dem der Invarianzbegriff ausgebildet ist. Doch zeigt sich auch hier wieder, daß der Erwerb der Operation nicht allein alters-, sondern wesentlich auch situations- und materialbedingt ist. Die Multiplikation von Relationen wird erst dann beherrscht, wenn einfache Seriationen systematisch geworden sind. Ob die Multiplikation von Relationen einen größeren Schwierigkeitsgrad besitzt als die Multiplikation von Klassen, läßt sich nicht eindeutig festlegen.

2. Teil: Ableitung und Charakterisierung der Förderprogramme

D) Charakterisierung des Piaget-Programms

Die Entwicklung des Zahlbegriffs stellt sich als ein äußerst vielschichtiger Komplex von verschiedenen vorzahligen Begriffs-Erwerbungen und Begriffs-Entwicklungen dar. Aufgrund des zusammengetragenen Untersuchungsmaterials haben wir festgestellt, daß der Erwerb dieser Grundfähigkeiten nicht nur von natürlichen Entwicklungsbedingungen, sondern auch von Lernanregungen beeinflußt wird. Unter den Bedingungen der Problemlösungssituation zeigen Kinder Denkstrukturen, die sie unter anderen, weniger günstigen Umständen nicht zeigen. Laux (1969a) hat daher auch im Gegensatz zu Piaget die Ansicht vertreten, daß das Stadium des qualitativ anschaulichen Denkens nicht vom Stadium der konkreten Operationen vollständig abgelöst werde, sondern daß beide Denkweisen nebeneinander stehenbleiben. Ein Kind kann z.B. bei der Lösung von zwei strukturell ähnlichen Aufgaben, bei der ersten Aufgabe auf dem Stadium A, bei der zweiten, wenn die Bedingungen günstiger gestaltet sind, auf dem Stadium B oder gar C stehen. Solche erleichternden oder hemmenden Faktoren hängen zusammen mit dem untersuchten Material, der Komplexität der Aufgabe, der Gestaltung der Problemlösungssituation, der Art der Fragestellung, der Anzahl der Elemente, der Anzahl der ähnlich gestalteten Aufgaben und nicht zuletzt von der Motivation des Kindes, die wiederum von der Attraktivität der Aufgaben abhängen kann.

Aeblis Ansicht (1963), daß sich aus einer momentan, bei einer bestimmten Aufgabe gegebenen Antwort das strukturelle Niveau eines Kindes nicht ablesen läßt, wird damit durchgängig bestätigt.

In unserem Programm zur Förderung der Grundlagen zum Zahlbegriff (Piaget-Programm) geht es uns nicht so sehr um das Erreichen eines allgemeinen operatorischen Niveaus, auf dem alle strukturell ähnlichen Aufgaben unabhängig von ihrem Ähnlichkeitsgrad gelöst werden, sondern vielmehr darum, in bestimmten Problemlösungssituationen angemessene Lösungsmöglichkeiten zu entwickeln, die eine geeignete Plattform für die weitere Festigung und Systematisierung der erworbenen Begriffe bilden. Wir versuchen, die Grundfähigkeiten, die für den Erwerb eines operatorischen Zahlbegriffs erforderlich sind und auf dem sich mathematische Operationen aufbauen lassen, zu systematisieren und auf eine breite Grundlage zu stellen.

Um dieses Ziel zu realisieren, haben wir an unser Förderprogramm einige Bedingungen gestellt, die zum Teil in anderen ähnlichen Experimenten nicht berücksichtigt wurden. Das Piaget-Programm soll:

1) an dem Entwicklungsstand der einzelnen Kinder anknüpfen,

2) alle Grundfähigkeiten, die zum Aufbau des Zahlbegriffs erforderlich sind, in gleicher Weise erfassen,

3) eine große Zahl von strukturell ähnlichen Aufgaben bieten, an denen ein Lösungsschema gefestigt werden kann,

4) mehrere erprobte Übungsverfahren gleichzeitig einsetzen,

5) Beziehungen zwischen verschiedenen Problemstellungen einsichtig werden lassen,

6) konkreten Umgang mit Gegenständen und Versprachlichung des Lösungsweges kombinieren,

7) statt eine künstliche Laboratoriumssituation zu schaffen, die natürliche Kindergartensituation ausnutzen,

8) Möglichkeiten für Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit schaffen, sofern die Aufgaben und die Situation das erlauben,

9) ausreichend Zeit lassen, damit die Versuchsleiter auf den individuellen Entwicklungsstand der Kinder eingehen können.

Wir werden bei der Darstellung unseres Förderprogrammes auf diese Punkte noch näher eingehen.

1) Kombination der zum Zahlbegriff erforderlichen Grundfähigkeiten

Piaget sieht die Entwicklung der kognitiven Strukturen als miteinander verknüpft und voneinander abhängig an. "Number can be regard as being necessary for the completion of truly logical structures .... Instead of deriving number from class, or the converse, or considering the two as radically independant, we can regard them as complementary, and as developing side by side, although directed towards different ends" (Piaget, 1952, S. 161).
Piaget betont also die Gleichzeitigkeit des Erwerbs der verschiedenen logischen und arithmetischen Operationen. Dieser Tatsache haben die meisten Trainingsexperimente unserer Ansicht nach nicht Rechnung getragen. Aus der Gesamtheit der Operationen und Grundfähigkeiten, die zum Aufbau des Zahlbegriffs erforderlich sind, ist immer nur ein Begriff, z.B. der Invarianz-, Inklusions- oder Multiplikationsbegriff herausgegriffen und anhand bestimmter Verfahren isoliert aufgebaut worden. Dieses Verfahren ist notwendig, um den Anteil der einzelnen Bedingungen am Lernprozeß theoretisch zu erfassen. Für ein Förderprogramm ist jedoch eine solche Isolierung nicht geeignet, denn man setzt sich u.U. der Gefahr aus, beim Kind Lernprozesse anzuregen, die ohne Bezug sind zu seiner geistigen Organisation und seinen bisher gemachten Erfahrungen und erworbenen Kenntnissen.

Komplizierte Strukturen bauen auf einfachen auf und entwickeln sich aus ihnen. Wenn nun das Trainingsexperiment auf einem bestimmten Entwicklungsniveau einsetzt, so sind unter Umständen bei einigen Kindern die notwendigen einfacheren Strukturen, die zu einer angemessenen Bewältigung des Problems erforderlich sind, noch nicht vorhanden. Der Vortest vor Beginn eines Trainingsexperiments sagt noch nichts darüber aus. Er stellt lediglich fest, ob ein Kind eine Aufgabe lösen kann oder nicht. Welche Grundlagen, Fähigkeiten und Kenntnisse vorhanden sind, bleibt unberücksichtigt.

Wir meinen, daß es daher erforderlich ist,
1) an dem Entwicklungsstand des Kindes, d. h. an dem vorzahligen Mengenerleben und dem spontanen Interesse des Kindes am Vergleichen, Ordnen und Hantieren mit Mengen anzuknüpfen. Beilin (1965) und Strauß/Langer (1970) stellten z.B. fest, daß diejenigen Kinder besonders von den Übungen ihrer Experimente profitierten, die sich im Übergangsstadium von der Varianz- zur Invarianzbeurteilung befanden. Bei diesen Kindern war der Entwicklungsprozeß bereits sehr weit fortgeschritten. Die notwendigen vorbereitenden Strukturen waren vorhanden, so daß die neuen Lernanregungen zum Erfolg führen konnten. Die Zugehörigkeit zu diesem Stadium war in den Untersuchungen für den Erwerb des Invarianzbegriffs bedeutungsvoller als die Trainingsverfahren. Es kommt somit nicht so sehr auf Förderung um jeden Preis an, sondern vielmehr auf eine angemessene Förderung zum richtigen Zeitpunkt. Eine angemessene Förderung muß vom Enwicklungsstand des Kindes ausgehen. Sie muß die Kontinuität des Aufbaus von Strukturen wahren.

2) Außerdem ist es erforderlich, alle Grundfähigkeiten, die zum Aufbau des Zahlbegriffes nötig sind, in gleicher Weise zu fördern und miteinander zu kombinieren. Auf diese Weise können einfachere Strukturen und Teileinsichten, die an leichteren Problemsituationen gewonnen werden, in komplexere Aufgabenstellungen eingehen.

Zum Beispiel ist das Beachten von Relationen nicht nur bei Seriations-, sondern auch bei Invarianzaufgaben erforderlich. Oder das In-Beziehung-Setzen von gleichzeitig zwei Dimensionen wird nicht nur bei Invarianzaufgaben (Kompensation), sondern auch bei der Multiplikation von Klassen gefordert.

2. Aufbau des Piaget-Programms

Entsprechend den vier als notwendig erkannten Grundfähigkeiten haben wir das Piaget-Programm aufgeteilt in Aufgaben, die

(1) das Gliedern und Strukturieren von Mengen,
(2) die Invarianz von Mengen,
(3) die Klassifikation und
(4) die Seriation

erarbeiten und fördern sollen.

2.1 Gliedern und Strukturieren von Mengen

Wir halten die Aufgaben, die das Gliedern von Mengen und das Beachten des Teiles im Ganzen (des Elementes in der Menge) beinhalten, für besonders wichtig. Einerseits bilden sie den Übergang vom spontanen Umgehen des Kindes mit Mengen zur systematischen Beachtung der Beziehungen innerhalb von Mengen, andererseits bereiten sie das Erkennen der Invarianz vor. Die Fähigkeit, Mengen zu gliedern, scheint uns eine notwendige Voraussetzung für die Einsicht zu sein, daß Mengen trotz Veränderung der äußeren Form konstant bleiben. Erst wenn das Element im Ganzen eine konkrete Funktion übernimmt, z. B. Partner eines Elements einer zweiten Menge zu sein, kann das Kind erkennen, daß diese Beziehung auch dann bestehen bleibt, wenn sich die äußere Form verändert.

In der Darstellung der Grundlagen des Zahlbegriffs haben wir gesehen, daß Kinder bereits sehr früh die Operationen der Stück-für-Stück-Korrespondenz sowie der Addition und Subtraktion beherrschen.

Sie wissen, daß eine Menge verändert wird, wenn man ihr Elemente hinzufügt oder fortnimmt. Sie sehen aber noch nicht die Operation der eineindeutigen Zuordnung als Verfahren an, um zu entscheiden, ob eine Menge größer oder kleiner als eine Vergleichsmenge ist. Diese Operation muß zunächst systematisiert und gefestigt werden. Das Piaget-Programm beginnt also mit Aufgaben,

in denen die Kinder die Ordnung von Mengen herstellen und erkennen sollen. Ungeordnete Mengen werden in Reihen, Doppelreihen und Gruppen gelegt. In der Doppelreihe erhält jedes Element der einen Menge einen Partner in der zweiten Menge. Die Kinder erfahren auf diese Weise, daß jedes Element eine bestimmte Funktion hat und für die Bestimmung der Mächtigkeit einer Menge von Bedeutung ist. Gleichzeitig werden die Mengen ersten Verwandlungen unterzogen. Reihen werden verlängert oder verkürzt durch Vergrößern oder Verringern der Abstände oder durch Hinzufügen oder Fortnehmen von Elementen. Ungeordnete Mengen werden verteilt, halbiert oder gleichgemacht.

Bei all diesen Aufgaben kommt es darauf an, daß die Operation der ein-eindeutigen Zuordnung als notwendiges Verfahren zur Beurteilung von Mengen erkannt wird. Anregungen zur konkreten Programmgestaltung haben wir von Wittmann (1952, 1967) und seinem Schüler Bärmann (1968) übernommen.

Nachdem die Kinder in verschiedener Weise mit Mengen von Gegenständen umgegangen sind und die rationalen Begriffe "gleich", "mehr" und "weniger" erarbeitet haben, sind die Kinder für Invarianzaufgaben vorbereitet.

2.2 Invarianz

Um den Aufbau dieser Operation zu erleichtern, werden bei verschiedenen Aufgaben mit unterschiedlichen Materialien und in wechselnden Sinnzusammenhängen einige Bedingungen berücksichtigt,

die sich aus den angeführten Untersuchungen ergeben.

(1) Die Identitätserhaltung wird leichter erkannt als die Äquivalenzerhaltung. Es werden also zunächst Aufgaben gegeben, bei denen die Erhaltung der Anzahl einer Menge ohne Vergleichsmenge erfaßt werden muß.

(2) Mengen, deren Elemente einen starken Zusammengehörigkeitscharakter haben, werden bei Veränderungen eher als konstant erkannt, als Mengen, deren Elemente weniger eindeutig aufeinander bezogen sind. Die Äquivalenzerhaltung wird also an Mengen von Gegenständen eingeführt, die von den Kindern als zusammengehörig erlebt werden.

(3) Kleine Mengen am Anfang geboten, haben einen stabilisierenden Einfluß auf Invarianzaufgaben mit größeren Mengen. Zunächst wird also an kleinen Mengen das Prinzip der Invarianz erarbeitet, bevor seine Gültigkeit bei größeren Mengen untersucht wird.

Beim Aufbau des Invarianzbegriffs ist aber noch ein weiterer Punkt zu berücksichtigen. In den Trainingsexperimenten zum Invarianzbegriff wurden im allgemeinen mehrere didaktische Verfahren auf ihre Wirksamkeit hin verglichen. Dabei zeigte sich zwischen den einzelnen, nach verschiedenen Verfahren geförderten Übungsgruppen nur selten ein statistisch bedeutsamer Unterschied. Die eingesetzten Verfahren verbesserten die Leistungen der Kinder fast gleich stark. Es gibt demnach kein bestimmtes, zu bevorzugendes Verfahren zum Aufbau des Invarianzbegriffes.

In allen geförderten Gruppen blieb jeweils ein mehr oder weniger großer Anteil von Kindern übrig, die von den Übungen keinen oder keinen großen Gewinn hatten. Das Wissen der Kinder im Umgang mit bestimmten Materialien und ihr Interesse an den Übungsaufgaben sind zu unterschiedlich, um nur ein begrenztes Übungsverfahren einzusetzen. Zum Aufbau des Invarianzbegriffs werden wir daher je nach Übungsmaterial, Erfordernissen der Übungsstunde und Leistungsstand und -fortschritt der Kinder auf verschiedene Verfahren zurückgreifen, z.B. das Konfliktttraining, das Reversibilitätstraining, das Benennen der relevanten Dimensionen, die Übungen zur Analogie zwischen dem Spreizen der Finger und der veränderten Elementenreihe u.a. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, nicht nur einen einzelnen Faktor, sondern gleichzeitig mehrere am Zustandkommen des Invarianzurteils beteiligten geistigen Prozesse zu fördern.

Erst ganz zum Schluß des Programms, wenn sich die nötigen logischen Operationen gefestigt haben, und einige Teilstrukturen, z.B. das Beachten von gleichzeitig zwei Dimensionen, auch an anderen Aufgaben (Multiplikation von Klassen) erarbeitet worden sind, werden Invarianzaufgaben noch einmal an schwierigeren Anordnungen (Umgießen von Flüssigkeiten) aufgegriffen.

2.3. Klassifikation

Bei der dritten Aufgabengruppe, den Aufgaben zur Klassifikation, werden zunächst Gruppierungsaufgaben nach einem Merkmal durchgeführt.

Verschiedene Materialien, die sich in den Eigenschaften Form, Farbe, Größe, Zwei- oder Dreidimensionalität unterscheiden, werden in Klassen und Unterklassen aufgeteilt. Die Kinder sollen erkennen, daß zur Bildung einer Klasse alle Gegenstände (aus einer vorgegebenen Grundmenge) ausgewählt werden müssen, die das definierte Merkmal besitzen (Klassenumfang), daß außerdem alle Gegenstände, die in der Gruppe zusammengefaßt sind, das definierte Merkmal aufweisen müssen (Klasseninhalt). Die Kinder arbeiten u.a. mit geometrischen Figuren, die sich nur durch zwei Merkmale (Farbe und Form) unterscheiden, da sich auf diese Weise das Material leichter klassifizieren läßt, als wenn die Kinder von mehreren Eigenschaften absehen müssen. Anregungen zur Programmgestaltung haben wir von Sharp (1970) übernommen.

Die Multiplikation von Klassen wird an einer Reihe von Aufgaben erarbeitet, bei denen die Beachtung von gleichzeitig zwei Dimensionen immer mehr in den Vordergrund der Problemstellung tritt. Aufgaben zur Klasseninklusion sind in das Programm nicht aufgenommen worden. Wegen ihres formallogischen Charakters schienen sie uns für eine systematische Bearbeitung im Kindergarten zu schwer zu sein und wenig Anreiz für eine selbständige Beschäftigung zu bieten.

In den Untersuchungen von Elkind und Mitarbeitern (1964, 1970) haben wir jedoch gesehen, daß die Operation der Inklusion sehr eng mit der Teil-Ganzes-Beachtung zusammenhängt. Die Arbeit mit Mengen, Teilmengen und Einzelelementen in unserem Programm könnt also durchaus einen Einfluß auf das Erkennen der Klasseneinschachtelung haben.

2.4 Seriation

Die Seriation ist durch eine Reihe verschiedener Aufgaben vorbereitet worden. Die Kinder haben bereits einfache Reihen angefertigt, die aus identischen oder verschiedenen, im regelmäßigen Wechsel wiederkehrenden Elementen,bestanden. Sie haben die relationalen Begriffe "mehr", "weniger" und "gleich" unterschieden und Gegenstände auf die Gemeinsamkeit eines bestimmten Merkmals hin untersucht.
Diese Fähigkeiten bereiten die Seriation insoweit vor, als Gegenstände mit einem gemeinsamen Merkmal hinsichtlich des graduellen Unterschiedes dieses Merkmals in eine Ordnung gebracht werden müssen.
Zur konkreten Programmgestaltung haben wir Vorschläge von Sharp (1970) und C. Stern (1949) übernommen.

Im Anfang werden einige Bedingungen berücksichtigt, die den Aufbau der Operation erleichtern. Es wird

1) die Zahl der Elemente, die in eine Ordnungsrelation zu bringen sind, gering und
2) die Unterschiede zwischen den aufeinanderfolgenden Elementen groß gehalten.
3) Außerdem werden die Aufgaben in einen motivierenden Sinnzusammenhang gestellt, indem wir sie in eine Erzählung einkleiden.

Der Aufbau der Ordnungsrelation wird an verschiedenen Eigenschaften (Länge, Höhe, Farbhelligkeit, Volumen, Gewicht) geübt und gefestigt. In diesem Zusammenhang werden auch einige Aufgaben gestellt, die wir in etwas modifizierter Form von Catherine Stern (1949) übernommen haben.
Bei diesen Aufgaben werden einerseits Ordnungsrelationen, andererseits erste Strukturierungen im Zahlenraum 1 bis 10 durchgeführt. Das Übungsmaterial zu diesen Aufgaben besteht aus einem Brettchen und fingerhutähnlichen Röllchen, die zu Türmchen aus 1 bis 10 Elementen zusammen-

gesteckt werden können. Dieses Material, das von Otto Dick hergestellt wird (Dick, 1971), eignet sich besonders gut zur Herstellung einer Ordnungsrelation, da sich jedes Türmchen (außer dem ersten und dem letzten) von dem vorhergehenden und dem nachfolgenden um ein Element unterscheidet. Damit kann auf anschaulicher Ebene ein viel direkterer Bezug zur Ordinal- und Kardinalzahl hergestellt werden, als wenn z.B. Stöckchen geordnet werden. Die Kinder erfassen unmittelbar, daß sich z.B. das fünfte Türmchen nicht nur an der fünften Stelle innerhalb der geordneten Reihe befindet, sondern auch aus fünf zusammengesteckten Röllchen besteht.

Darüberhinaus erleben die Kinder, daß verschiedene Türmchen zu neuen, größeren Einheiten kombiniert werden können. Sie entdecken z.B., daß das Zusammenstecken eines Dreier- und Siebener-Türmchens, eines Zweier- und Achter-Türmchens oder eines Vierer-, Einer- und Fünfer-Türmchens jedesmal ein gleich langes Türmchen (Zehner-Türmchen) ergibt. Auf diese Weise können erste Strukturierungen im Zahlenraum 1 bis 10 erfolgen.

Das übrige von Catherine Stern entwickelte Material, das bei Vorschulkindern Zahlenverständnis und Einsicht in den Aufbau des Zahlengebäudes vermitteln soll, werden wir in unserem Programm nicht berücksichtigen, da es uns weniger um die Struktur des Zahlenraumes, sondern mehr um die logischen Grundlagen zum Zahlbegriff geht. Es ist aber zu bedauern, daß dieses Material in der gegenwärtigen Vorschulpädagogik nur wenig Beachtung findet. Ein Grund liegt vermutlich darin, daß die Diskussion um die Vorschulmathematik vorwiegend mengentheoretisch orientiert ist, Stern's Programm aber mehr auf arithmetischen Operationen aufbaut.

3. Gestaltung des Übungsprogramms

In allen Lern- und Förderexperimenten gilt das Ausmaß der Übungsübertragung als Kriterium dafür, ob der Lernende nur ein spezielles, auf eine bestimmte Situation anwendbares Lösungskonzept oder aber ein allgemeines Lösungsprinzip (einen Begriff, eine logische Operation, die strukturellen Züge einer Aufgabe) erworben hat. Wir müssen uns also fragen, ob die angeführten Trainingsexperimente zum Klassifikations- und Invarianzbegriff das geförderte Kind in die Lage versetzt haben, strukturell ähnliche Aufgaben zu lösen.

In einigen Experimenten zur Förderung der Multiplikation von Klassen läßt sich ein mehr oder weniger großer Transfer nachweisen (Parker, Rief, Sperr, 1971; Jacobs und Vandeventer, 1971; Kohnstamm, 1969). In den Transfertests zu den Invarianzexperimenten erweist sich das Ausmaß der Übungsübertragung als deutlich abhängig von dem Ähnlichkeitsgrad der Übungs- und Transferaufgabe. Wallach und Sprott (1964) fanden einen starken Transfer von der Puppen/Bettchen-Aufgabe auf andere diskontinuierliche Materialien wie z. B. Teller und Löffel oder verschiedenfarbige Plättchen. Brison (1966) beobachtete ebenfalls eine große Übertragung von Umschüttaufgaben mit Flüssigkeiten auf entsprechende Aufgaben mit Sand oder Verformung von Plastilin (kontinuierliche Materialien) und Schmalohr und Winkelmann (1969) vom Gläser/Perlen-Versuch auf die Mengenerhaltung von Eiern und Eierbechern.

Wenn die strukturelle Ähnlichkeit zwischen Übungs- und Transferaufgabe jedoch abnimmt, wird auch die Lernübertragung geringer. Ein Transfer von diskontinuierlichen Materialien auf kontinuierliche Materialien (Schmalohr/Winkelmann 1969; Gruen 1965; Wallach/Wall/Anderson, 1967) oder von der Zahl- und Längenerhaltung auf die Flächeninvarianz (Beilin, 1965) oder von der Zahlerhaltung auf die Längenerhaltung (Gruen, 1965) ließ sich nicht oder nur in begrenztem Umfang nachweisen. In der Untersuchung von Wohlwill und Lowe (1962) konnten Erfolge aus einem nicht-sprachlichen Zahlenkonstanztraining auf einen sprachlichen Nachtest nicht übertragen werden.

Diese Ergebnisse legen den Schluß nahe, daß die Kinder von den Förderprogrammen zwar einen Gewinn gehabt und einen wichtigen Schritt zur Mengenerhaltung getan haben, aber noch nicht systematisch über den Invarianzbegriff verfügen. Die strukturellen Unterschiede zwischen den Aufgaben sind zu groß und die erworbenen "Begriffe" noch nicht gefestigt und systematisch genug, um gemeinsame Züge zwischen den Aufgaben zu erkennen.
In diesen Experimenten wird zu sehr ein einzelner, eng umschreibbarer Faktor betont, der in kurzer Zeit die geistige Struktur der Kinder verändern soll.
Wir haben weiter oben bereits dargestellt, daß Übungsübertragung nur dann möglich ist, wenn der Lernende ein Problem einsichtig gelöst, d. h. wenn er die strukturellen Züge einer Aufgabe erkannt hat.

Voraussetzung dafür ist die Umstrukturierung des Problems. Auch der Erwerb des Invarianz- oder Multiplikationsbegriffs läßt sich als einen Umstrukturierungsvorgang beschreiben. Das Kind muß z.B. bei der Invarianzaufgabe erkennen, daß nicht die wahrnehmungsmäßig beherrschende Eigenschaft des eingenommenen Raumes (Länge der Reihe) etwas über die Anzahl einer Menge aussagt, sondern das strukturelle Zueinander der beiden Eigenschaften Länge und Dichte der Reihe. Oder bei der Multiplikation von Klassen darf der Schwerpunkt der Beachtung nicht nur auf einer Dimension (z.B. nur der Form) liegen, sondern gleichzeitig auf beiden Dimensionen (z.B. Form und Farbe). Die Aufgaben erhalten dadurch eine neue Struktur, die unmittelbar zur Einsicht in den Zusammenhang führt.

Wie können wir es nun in unserem Förderprogramm erreichen, daß Kinder zu einer einsichtigen Problemlösung gelangen. Metzger (1962) sagt zu den Bedingungen (vgl. dazu auch Metzger 1971), die zur Einsicht führen können, folgendes: "Einsicht ist ein bestimmtes Verhältnis des Erkennenden zu den Sachverhalten, das ... jeder für sich aufs neue gewinnen muß und das man schon im eigenen Nachdenken nicht erzwingen kann. Einsichten können also nur dadurch vermittelt werden, daß man versteht, im Schüler die Bedingungen zu schaffen, unter denen er selbst zur Einsicht gelangen kann. Man kann auch ihn niemals zur Einsicht zwingen, sondern nur versuchen, die Bedingungen immer weiter zu verbessern und zu vervollständigen, die zur Einsicht führenden Kräfte zu verstärken, die ihr im

Wege stehenden Hindernisse ... wegzuräumen und seine Aufmerksamkeit auf diejenigen Seiten und Eigenschaften des Gegenstandes zu lenken, von denen aus man am ehesten ein tieferes Eindringen in die Sache und eine Klärung der undurchsichtigen Lage erhoffen kann" (S. 94).

Wir hoffen, daß folgende Bedingungen, die wir in unserem Piaget-Programm zu realisieren versuchen, den Prozeß der Einsichtgewinnung bei unseren 5jährigen Kindergartenkindern fördern können.

(1) Der zu erwerbende Begriff wird zunächst an einfachen, übersichtlichen Aufgaben mit bekannten Materialien vorbereitet. Wir haben bei der Darstellung des Aufbaus des Piaget-Programms angeführt, welche erleichternden Bedingungen bei den verschiedenen Aufgabengruppen berücksichtigt werden.

(2) Es wird eine große Zahl von strukturell ähnlichen Aufgaben geboten. Das bereits vorhandene (oder noch zu erwerbende) Wissen im Umgang mit bestimmten Materialien sowie Lösungskonzepte und Teilstrukturen, die an einfacheren Aufgaben gewonnen werden, gehen in den Aufbauprozeß mit ein und bereiten die Einsicht in den Problemzusammenhang vor. Erst wenn Aufgaben mit großer struktureller Ähnlichkeit beherrscht werden, können nach und nach Aufgaben mit geringerer Ähnlichkeit bewältigt werden.

(3) Das Kind muß Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Aufgaben erkennen. Es muß z. B. bemerken, daß eine Konstanzaufgabe mit einem bestimmten Material etwas zu tun hat mit einer anderen, in der ein anderes Material in einem anderen Sinnzusammenhang und einer anderen Anordnung geboten wird, oder daß bei der Klassifikation auf visuellem Wege die gleichen Gesichtspunkte zu beachten sind wie bei der Klassifikation auf taktilem Wege.

(4) Im Vordergrund steht der Umgang mit konkretem Material. Darüber hinaus sollen aber auch die sprachlichen Erklärungen und Begründungen für die Lösungen beachtet werden. In den Gruppen werden Lösungsvorschläge und Vorgehensweisen der Kinder besprochen und auf ihre Brauchbarkeit überprüft.
Einige Aufgaben eignen sich zur Partnerarbeit oder zur Arbeit in kleinen Gruppen von drei oder vier Kindern. Durch die Zusammenarbeit mit Gleichaltrigen wird das Kind angehalten, seine Vorstellung zu überprüfen und zu präzisieren. Rothenberg und Orost (1969) haben z. B. festgestellt, daß einfache, aber angemessene Begründungen eines Kindes, das über den Invarianzbegriff verfügt, sich positiv auf das Erkennen der Mengenerhaltung bei solchen Kindern auswirken, die diesen Begriff noch erwerben müssen. Auch Böttcher (1966) betont die Bedeutung der gegenseitigen Hilfe und Beobachtung im Umgang mit Zahlen und Mengen.

(5) Statt in einer künstlichen Laboratoriumssituation, werden die Übungen in der natürlichen Kindergartengruppe durchgeführt.
In den meisten Trainingsexperimenten wird eine mehr oder weniger künstliche Lernsituation aufgebaut, in der sich der Vl allein mit einem einzelnen Kind auseinandersetzt. Wir halten es für sinnvoller, die bestehende Kindergartengruppe mit der Leiterin, die die Gruppe betreut hat, in ihrer jeweiligen Zusammensetzung bestehen zu lassen. Auf diese Weise wird der vorhandene Kontakt zwischen dem Kind und dem Leiter des Übungsprogrammes, der in unserem Versuch die Kindergärtnerin ist, für den Lernprozeß besser ausgenutzt. Außerdem bleibt das Kind in seiner natürlichen Lern- und Spielgruppe, in der ältere oder intelligentere Kinder bei Schwierigkeiten helfend und fördernd eingreifen können.

Zusammenfassung:

Wir nehmen an, daß ein Förderprogramm, das folgenden Bedingungen gerecht wird, eine breite Grundlage für den Erwerb eines operatorischen Zahlbegriffs im Kindergartenalter legen kann:

1. An dem natürlichen Interesse des Kindes im Umgang mit Mengen anknüpfend, werden zunächst Übungen zur Gliederung von Mengen und der Beachtung der Beziehungen zwischen zwei Mengen durchgeführt.

   Diese Übungen dienen der Vorbereitung von Aufgaben zur Erfassung der Invarianz von Mengen. Da zu einem operatorischen Zahlbegriff aber nicht nur das Strukturieren und Verwandeln von Mengen, sondern auch die Operationen der Klassifikation

(einfache Klassifikation, Klassenmultiplikation) und Seriation gehören, werden diese in eigenen Aufgabengruppen erarbeitet.

2. Beim Erwerb der vorzahligen Begriffe werden wir uns nicht auf ein einzelnes Verfahren beschränken, sondern eine Reihe erprobter Übungsbedingungen je nach den Erfordernissen der Aufgabe, dem Material und dem Lernfortschritt der Kinder einsetzen.

3. Die zunächst an einfachen, übersichtlichen Aufgaben und im konkreten Umgang mit Gegenständen gewonnen Begriffe werden an einer großen Zahl unterschiedlicher Aufgaben mit verschiedenen Sinnzusammenhängen allmählich erweitert und gefestigt. Zwischen den verschiedenen, strukturell ähnlichen Aufgaben sollen die Kinder Beziehungen erkennen und ihre Vorstellungen und Lösungswege in Worte fassen.

E) Charakterisierung des Dienes-Programms

Ziel unserer empirischen Untersuchung ist aber nicht nur, das Piaget-Programm mit einer Kontrollgruppe zu vergleichen, in der unter normalen Bedingungen die übliche Kindergartenarbeit betrieben wird, sondern gleichzeitig die Auswirkungen eines mehr mathematisch orientierten Programms zu überprüfen, das sich in der Konzeption, der Zielsetzung und der Methodik an Dienes anlehnt. Dieses Programm, das eigentlich ein von Neunzig (1972) dem Vorschulniveau angepaßtes mengentheoretisches Programm ist, werden wir daher Dienes-Programm nennen. Wenn wir im folgenden Dienes' Konzeption und seine Vorstellung vom Aufbau mathematischer Begriffe aufzeigen, kennzeichnen wir gleichzeitig die wesentlichen Merkmale des Dienes-Programmes.

1. Das mengentheoretische Konzept von Dienes

Im mengentheoretischen Unterricht nach Dienes (Dienes, 1967,1968 a, 1968 b, 1969, Dienes/Golding, 1968, 1970), der an die Stelle der bisher üblichen Arithmetik treten soll, geht es um das Operieren mit Mengen, um den Aufbau mathematischer Strukturen und den Umgang mit logischen Modellen. Mengenlehre dient nicht nur der Vorbereitung des Zahlbegriffs und der Grundlegung mathematischer Operationen. Sie soll vor allem Logik schulen und Einsichten in den Aufbau grundlegender mathematischer Denkformen verwirklichen. Dienes meint: "Es gibt absolut keinen Grund, warum nicht Logik schon von Schulbeginn an gelehrt werden sollte" (Dienes/Golding, 1970, S. 22).

Der Unterricht muß nach Dienes von der untersten Stufe an (also bereits in der Vorschulzeit) das Ganze des mathematischen Gebäudes sehen. Nach seiner Ansicht fehlen aber "in der konkreten Alltagsumgebung des Kindes konkrete Situationen, von denen die mehr komplexen mathematischen Begriffe abstrahiert werden können" (Dienes, 1967, S.8). Das Erarbeiten von mathematischen Strukturen und Relationen erfolgt daher anhand bestimmter gut strukturierter Materialien, wie zB. den sog. Logischen Blöcken, die Dienes von Narziss Ach (1921) übernommen hat. Dienes kommt das Verdienst zu, dieses Material für den Mathematikunterricht nutzbar gemacht und Übungen und Aufgaben ausgedacht zu haben.

Mit den Logischen Blöcken - auch Merkmalsklötze genannt -, die sich durch jeweils vier Eigenschaften (Farbe, Form, Größe und Dicke) eindeutig bestimmen lassen, kann man z.B. folgende mathematischen Operationen durchführen (vgl. Dienes, 1968b, S. 14ff):

(1) Die Vereinigung von Mengen

> "Die Vereinigung von zwei Mengen besteht aus allen Elementen, die entweder zur einen oder zur anderen Menge oder zu beiden zugleich gehören (Dienes, 1968b, S. 14). Wenn man z.B. die Menge der Dreiecke und die Menge der roten Figuren vereinigt, so umfaßt die Vereinigungsmenge alle Dreiecke, alle roten Figuren und alle roten Dreiecke.

(2) Durchschnitt von Mengen
Der Durchschnitt von Mengen (Schnittmenge) enthält alle Elemente, die gleichzeitig beiden Mengen angehören. In unserem Beispiel sind es die roten Dreiecke.

(3) Komplementärmengen
In einer Komplementärmenge sind alle Elemente einer Grundmenge enthalten, die nicht zu einer bestimmten Menge gehören. Wenn z. B. die Grundmenge alle Logischen Blöcke und die gegebene Menge die Dreiecke sind, so ist die Komplementärmenge die Menge der Nicht-Dreiecke (also der Kreise, Quadrate und Rechtecke).

(4) Unterschied zweier Mengen
Um den Unterschied zweier Mengen zu bilden, wird aus einer gegebenen Menge eine Untermenge herausgenommen. Nimmt man z. B. aus der Menge der Dreiecke die Menge der roten Dreiecke heraus, so bleibt die Menge der nicht-roten Dreiecke (also der blauen und gelben Dreiecke) übrig.

Diese Operationen mit Mengen sind nach Dienes wesentliche Vorbedingungen für den Aufbau des Zahlbegriffs. Sie werden in dem Dienes-Programm grundgelegt und auch zum Schluß des Programms in einfachen Anordnungen geübt.

Dienes stützt sich in seinen Schriften auf Piaget's Theorie der Begriffsbildung und sieht den Aufbau mathematischer Begriffe analog den Phasen der Denkentwicklung (sensumotorische,

konkret-anschauliche und operatorische Phase). Dieses Entwicklungsmodell, das Piaget für den Erwerb der Erkenntnisfunktionen in großen zeitlichen Räumen konzipiert hat, versucht Dienes auf die Bildung jedes einzelnen mathematischen Begriffs zu übertragen. Dienes (1968a, S. 74) spricht daher von einer makrokosmischen (im Sinne Piagets) und einer mikrokosmischen Begriffsbildung.

Die einzelnen mathematischen Begriffe werden nach seiner Ansicht in Zyklen erworben, die jeweils aus einer Vor-, Konstruktions- und Übungsphase bestehen, und in denen die gesammelten Erfahrungen Bausteine für neue Spiele und Übungen sind. Den drei verschiedenen Phasen entsprechen drei verschiedene Spielformen.

In der Vor- oder Spielphase wird das didaktische Material im freien Spiel untersucht. Das Kind spielt mit den Logischen Blöcken oder anderen Gegenständen, indem es sie in Mengen verschiedener Größe und Gestalt gruppiert. Das Kind erfaßt zwar schon Merkmale und Teilstrukturen, es fehlt aber noch das zusammenfassende Ordnen.

In der zweiten Phase, die aus Konstruktionsspielen besteht, sollen die bereits gemachten Erfahrungen mit dem Material zu einem sinnvollen Ganzen integriert werden. Das Kind entdeckt Zusammenhänge und Beziehungen, es erfaßt Regeln und spielt mit ihnen. Diese Spiele sollen nach Dienes so geplant sein, "daß größerer Lernerfolg und maximale Abstraktionstiefe erreicht werden" (Dienes/ Golding, 1970, S. 69).

Die dritte Phase besteht aus Übungsspielen, in denen neue Einsichten und Entdeckungen gemacht werden. Die mathematischen Begriffe erhalten im hierarchischen Gefüge ihren Platz und finden ihre Anwendung. Der Begriff ist dann mit den "übrigen Erfahrungen verankert und kann als neues Spielelement für neue Spiele verwendet werden" (Dienes 1968a, S. 76). Bei den jüngeren Kindern kommt es jedoch in der dritten Phase weniger auf die logische Analyse, sondern mehr auf die Anwendung, auf den praktischen Umgang mit den Regeln und die Bildung von Mengen an.

Für den Aufbau mathematischer Begriffe sind nach Dienes, außer der Beachtung der 3 verschiedenen Phasen, drei Prinzipien erforderlich: das Aufbauprinzip, das Prinzip der Variation der Veranschaulichung und das mathematische Variabilitätsprinzip. Von diesen hält Neunzig (1969) die ersten beiden für die Arbeit im Kindergarten und im Erstrechenunterricht für bedeutungsvoll. **Wir werden daher auf diese beiden Prinzipien nur eingehen.**

(1) Das Aufbauprinzip

Dienes unterscheidet zwischen konstruktivem und analytischem Denken. Beim konstruktiven Denken handelt es sich um ein intuitives Erfassen von noch nicht völlig Verstandenem. Das analytische Denken setzt eine logische Analyse, das Bewußtsein aller möglichen logischen Beziehungen und eine exakte Formulierung von Begriffen voraus, ehe sie angewandt werden.

In einer Untersuchung, in der bestimmte Aufgaben entweder mehr konstruktives und weniger analytisches oder umgekehrt, mehr analytisches und weniger konstruktives Denken erfordern, stellte Dienes fest, daß Kinder das konstruktive Denken lange vor dem analytischen erwerben (vgl. Dienes, 1969, S. 42).
Ein Kind kann nach seiner Ansicht ein mathematisches Problem mit einem bestimmten Lernmaterial lösen, obwohl es noch nicht fähig ist, sich einen Lösungsweg vorzustellen und ihn auch zu überprüfen. Kinder können daher "viel früher, als man es bisher für möglich hielt .... mathematische Begriffe bilden, auch wenn sie vielleicht noch nicht so weit sind, logische Entscheidungen treffen zu können" (Dienes, 1969, S. 42). Das Aufbauprinzip besagt also, daß die Konstruktion der Analyse vorausgehen muß.

(2) Die Variation der Veranschaulichung

Dieses Prinzip bedeutet, "daß jede Grundidee auf möglichst viele verschiedene Weisen dargeboten werden sollte" (Dienes/Golding, 1970 , S.44). Die gleiche begriffliche Struktur soll also in vielerlei Gestalten beim Spiel und im Umgang mit anderen Materialien erarbeitet werden. Dienes glaubt, daß durch die Variation der Veranschaulichung, d.h. durch Induktion, das Kind allmählich erkennt, daß den Übungen und Spielen die gleiche Struktur zugrunde liegt.

Dienes geht es nach Neunzig (1969) zwar zunächst um die Mathematik, doch versucht er darüber hinaus das logische Denken des Kindes zu fördern und aufzubauen. Neunzig meint: "Man hat manchmal den Eindruck, daß ihm die Mathematik nur als Mittel zu dem Zweck dient, den Kindern das Denken beizubringen, weil die Mathematik mit ihrer strengen Begrifflichkeit geradezu für diese Aufgabe prädestiniert ist" (S. 134).
Kothe (1969) glaubt sogar, daß mengentheoretisch unterrichtete Kinder auch im Deutschunterricht sich stärker verbessern als traditionell unterrichtete Kinder.
Er meint, daß die formalisierte Sprache der Mengenlehre eine Verbesserung der Sprachstruktur ("elaborierte Sprache" im Sinne Basil Bernstein's, 1968) zu bewirken vermag. Ob diese Vermutungen zutreffen, oder ob sie über das Ziel, das mathematische Ziel, hinausschießen, muß noch in Untersuchungen bestätigt oder widerlegt werden.

Das Dienes-Konzept hat aber keineswegs einhellige Begeisterung hervorgerufen. Verschiedene Didaktiker der Mathematik haben teils polemische, teils sachliche Kritik geäußert. Der Wittmann-Schüler Karaschewski spricht von "Entartung" und "pädagogisch-didaktischer Sinnlosigkeit einer grundlegend falsch angesetzten Mathematisierung" (1969, S. 170). Schlaak (1968) gibt zu bedenken, daß die Tragfähigkeit des Dienes'schen Ansatzes noch nicht erprobt ist, und daß durch die anspruchsvolle Konzeption dem Durchschnittslehrer vom fachwissenschaftlichen und methodischen her große Schwierigkeiten entstehen können. Schwarze (o. J.) meint, daß es noch keineswegs feststeht, "daß von dem Einüben in logische Operationen eine Ver-

besserung des sinnvollen Rechnens ... erwartet werden kann" (S. 45).

Dienes ist auch von psychologischer Seite kritisiert worden. Laux (1969b) vermißt die lerntheoretische Fundierung. Er sagt: "Eine konsistente Theorie des Lernens ist meines Wissens niemals vorgelegt worden, und es genügt einfach nicht, wenn da gesagt wird, die theoretischen Grundlagen bilden die Schriften von Bartlett, Bruner und Piaget" (S. 34). Er meint, es sei durchaus denkbar, "daß der Mangel an theoretischer Fundierung der sehr interessanten Dienes-Bewegung zum Verhängnis wird" (S. 35).

Inzwischen wird aber der mengentheoretische Unterricht nicht nur in Haupt-, sondern auch in Grundschulen eingeführt. Auch in Kindergärten und Vorschulen wird mit Logischen Blöcken und anderem strukturiertem Material gespielt und geübt. Die Ansichten darüber, ob es sinnvoll ist, mit Vorschulkindern mengentheoretische Spiele durchzuführen, gehen auseinander.
Schmalohr (1970) meint, daß die Bildung der mathematischen Operationen und Begriffe "vor dem Erwerb des logischen Denkens ... auf erhebliche Schwierigkeiten stößt" (S. 14). Andere Beobachtungen und Erfahrungsberichte (Kothe, 1969, 1970; Freund/Sorger, 1971) zeigen dagegen, daß bereits 5jährige Kindergartenkinder fähig sind, "nützliche Ersterfahrungen durch planmäßige Spiele mit strukturiertem Material zu sammeln, die eine Basis für den späteren Aufbau mathematischer Begriffe und Verfahren bilden können" (Kothe, 1969, S.92).

2. Aufbau des Dienes-Programms

Dienes sieht den Aufbau des Zahlbegriffs also ausschließlich unter mathematischen Gesichtspunkten. Mathematische Notwendigkeit und der logische Aufbau des mathematischen Gebäudes bestimmen die Zielsetzung, die Materialauswahl und das konkrete methodische Vorgehen. Dienes geht nicht vom praktischen Einzelfall, dem Erfahrungsbereich des Kindes aus, sondern glaubt, daß die Begriffsbildung erleichtert werde, wenn man vom Allgemeinen zum Speziellen vorgehe. An strukturiertem Material werden zunächst allgemeine mathematische Gesetzmäßigkeiten erarbeitet, unter denen spezifischere Begriffe subsumiert werden können. Dienes sagt: "Tatsächlich haben die Kinder mehr Mühe, einen schon gebildeten Begriff zu verallgemeinern, als am Anfang eine allgemeine Vorstellung zu bilden" (1968 b, S. 137).

Im Zentrum des Dienes-Programms steht daher die Klassenbildung nach den Eigenschaften der strukturierten Materialien. Kinder, die Mengen nach Eigenschaften, wie Form, Farbe, Größe und Dicke gebildet haben, sind nach Dienes vorbereitet auf die Vorstellung, daß die Zahl die definierende Eigenschaft einer bestimmten Menge ist. Im Dienes-Programm wird daher die Abstraktion der physikalischen Eigenschaften betont. Operationen der Strukturierung, der Invarianz und Reihung spielen nur eine untergeordnete oder gar keine Rolle.

Das Dienes-Programm besteht aus drei Teilen, die analog der Vor-, Konstruktions- und Übungsphase zu sehen sind.

Im ersten Teil sollen die Kinder Erfahrungen mit den Logischen Blöcken sammeln. Im freien und anschließend im gelenkten Spiel probieren die Kinder die verschiedenen Möglichkeiten des Bauens und Legens von Mustern, Anordnungen und figürlichen Gebilden. Dabei gehen die Kinder von einer der vier Eigenschaften aus und lassen die anderen drei unberücksichtigt.

Diese Übungen dienen der Vorbereitung auf die systematische Erarbeitung der Eigenschaften "Form", "Farbe", "Größe" und "Dicke" im zweiten Teil des Programms. Es kommt aber darauf an, daß "die Kinder die verschiedenen Eigenschaften der Materialien nicht rein durch sprachliche Erklärungen, sondern im Spiel, also im tätigen Umgang mit den Dingen, erfassen und unterscheiden lernen" (Neunzig, 1972, S. 24). Zur Vertiefung der behandelten Merkmale werden anschließend einige logische und mathematische Spiele durchgeführt, in denen die Kinder mit allen Merkmalen umgehen müssen. Die Art der Spiele wird in dem weiter unten angeführten Abriß des Dienes-Programms näher erläutert.

Im dritten Teil werden Mengen gebildet. Neunzig schreibt dazu:"Die Bildung von Mengen und der Umgang mit ihnen spielt insofern eine wichtige Rolle, als im 1. Schuljahr die natürlichen Zahlen bis 2o oder bis 1oo als Eigenschaften von Mengen eingeführt werden. .... Daher kommt der

Mengenbildung eine wichtige Aufgabe zu, und je früher man sie behandeln kann, desto einfacher und natürlicher wird sich in der Grundschule die Einführung der Zahlen durchführen lassen" (1972, S. 86).

Mit Hilfe von Spielplänen lassen sich Mengen mit ihren Komplementärmengen, Schnittmengen, Vereinigungen von Mengen und Unterschiede zwischen Mengen bilden. Die definierende Eigenschaft der Mengen wird jeweils durch Merkmalskärtchen angegeben, auf denen die Eigenschaft durch ein einfaches Symbol gekennzeichnet ist.

Für die Durchführung des Programms sind die beiden Prinzipien der Konstruktion und der Variation der Veranschaulichung von Bedeutung. Aus dem ersten Prinzip ergibt sich, daß im Vordergrund der konkrete Umgang mit Lernmaterialien stehen muß. Diese Materialien sind außer den Logischen Blöcken, ein Steckbrett mit zugehörigen Steckern und Kunststoffplättchen. Das Prinzip der Variation der Veranschaulichung verlangt, daß die gleiche Regel oder Operation an mehreren Materialien in verschiedenen Aufgaben geübt und gefestigt wird.

Zu diesen Punkten kommen noch einige Bedingungen hinzu, die wir bereits bei der Charakterisierung des Piaget-Programms angeführt haben und die auch für das Dienes-Programm gelten:
(1) Die Kinder werden angehalten, Beziehungen zwischen den verschiedenen Problemstellungen aufzuzeigen.

(2) Das Programm wird in der normalen Kindergartengruppe durchgeführt.
(3) Die Aufgaben werden je nach Problemstellung und Schwierigkeitsgrad in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit durchgeführt. Auf diese Weise kann man am leichtesten Aufgaben verteilen, die dem Entwicklungsstand der Kinder angemessen sind.

Zusammenfassung:

Das Dienes-Programm ist das von Neunzig (1972) dem Vorschulniveau angepaßtes mengentheoretische Programm, daß sich in der mathematischen Konzeption, in der Zielsetzung und im methodischen Vorgehen an das Mathematik-Konzept von Dienes anlehnt. Es hat den Aufbau logischer und mathematischer Strukturen zum Ziel und will durch Operationen mit Mengen Grundlagen zum Zahlbegriff gewinnen.

Die mathematischen Begriffe werden in drei Stufen aufgebaut. In der Spielphase sammeln die Kinder Erfahrungen mit gut strukturierten Lernmaterialien. In der Konstruktionsphase werden die Eigenschaften der Lernmaterialien erarbeitet und in verschiedenen logischen Spielen gefestigt. In der Übungsphase werden nach den Eigenschaften der Lernmaterialien mit Hilfe von Spielplänen Mengen gebildet, Für die Durchführung des Programms sind das Aufbauprinzip und das Prinzip der Variation der Veranschaulichung von Bedeutung. Sie besagen, daß Kleinkinder mathematische Begriffe durch konkreten, selbsttätigen Umgang mit Materialien gewinnen und daß die gleiche Struktur an möglichst wielen Materialien und Übungen gefestigt erden soll.

3. Teil: Empirische Untersuchung zur Förderung der Grundlagen zum Zahlbegriff

F. Fragestellung

Ziel unserer empirischen Untersuchung ist die Förderung der Grundlagen zum Zahlbegriff. Um dieses Ziel zu erreichen, werden wir zwei Gruppen von 5jährigen Kindergartenkindern zwei verschiedene Förderprogramme geben, die im Kindergarten unter der Leitung der Kindergärtnerinnen über einen längeren Zeitraum durchgeführt werden sollen. Das erste Programm - Piaget-Programm genannt - baut auf den Untersuchungen zur Zahlbegriffsentwicklung von Piaget auf und umfaßt die Förderung der Grundfähigkeiten Invarianz, Klassifikation und Seriation. Das zweite Programm - Dienes-Programm genannt - ist ein dem Vorschulniveau angepaßtes mengentheoretisches Programm, das den Zahlbegriff durch die Bildung von Mengen und den Umgang mit ihnen in logischen Spielen aufbauen will. Kinder, die eines der beiden Förderprogramme erhalten, sollen mit einer dritten Gruppe verglichen werden, bei denen unter normalen Bedingungen die übliche Kindergartenarbeit betrieben wird.
Darauf ergeben sich für unsere Untersuchung folgende Fragen:

1) Lassen sich die vorzahligen Begriffe der Invarianz, der Klassifikation, der Seriation und der Multiplikation von Klassen und Relationen bei Kindern, die eine Förderung nach dem Piaget-Programm erhalten, im Vergleich zu Kindern der Kontrollgruppe positiv beeinflussen?

Wir vermuten, daß nach Abschluß des Förderprogramms zwischen diesen beiden Gruppen ein deutlicher struktureller Niveauunterschied zu beobachten ist.

2) Welche Auswirkungen hat das mehr mathematisch orientierte Dienes-Programm auf die vorzahligen Begriffe der Invarianz, Klassifikation, Seriation und Multiplikation?

Das Dienes-Programm verlangt vorrangig die Operation der Klassifikation, die zur Mengenbildung und zu Operationen mit Mengen hinführen soll. Außerdem kommen Aufgaben zur Bildung von Ordnungsrelationen vor. Invarianzaufgaben werden nicht gefördert, doch könnte man annehmen, daß der vielfältige Umgang mit Mengen und Teilmengen das Erkennen der Invarianz beeinflußt. Wir vermuten daher, daß die Kinder der Dienes-Gruppe bei den Aufgaben zur Klassifikation und zur Klassenmultiplikation ein strukturelles Niveau erreichen, das dem der Piaget-Gruppe vergleichbar ist. Bei Seriations- und Invarianzaufgaben müßten die Kinder der Dienes-Gruppe zumindest einen Leistungsstand erreichen, der sich deutlich von dem der Kontrollgruppe unterscheidet.

3) Haben das Dienes- und das Piaget-Programm einen Einfluß auf das logisch-schlußfolgernde Denken?
Nach Piaget hängt die Zahlbegriffsentwicklung eng mit der Entwicklung des logischen Denkens zusammen. Dienes glaubt ebenfalls, daß durch mathematische Übungen und Spiele das logisch-schlußfolgernde Denken beeinflußt wird. Wir vermuten, daher, daß beide Programme in der Lage sind, die Denkfähigkeit der Kinder positiv zu beeinflussen.

4) Haben die geförderten Kinder der Dienes- und der Piaget-Gruppe ein spezifisches Lösungskonzept erworben, oder übertragen sie das Gelernte auf strukturell ähnliche Aufgaben, bzw. lösen sie Aufgaben mit einer unbekannten Struktur?

   a) Übertragen die Kinder der Piaget-Gruppe den Begriff der Mengenerhaltung auf die Substanzerhaltung von Plastilin?

   b) Sind die Kinder der Piaget- und der Dienes-Gruppe eher in der Lage, das Gesetz der Transitivität anzuwenden als die Kinder der Kontrollgruppe?

   c) Sind die Kinder der Piaget- und der Dienes-Gruppe eher in der Lage, Klasseneinschachtelungen (Inklusionen) zu erkennen als die Kinder der Kontrollgruppe?

5) Welche Kinder profitieren eher von welchem Programm? Haben die Faktoren der sozialen Herkunft, des Alters oder des Geschlechts der Kinder einen Einfluß auf ihre Leistungsfähigkeit?

6) Sind die Kindergärtnerinnen in der Lage, die Förderprogramme in angemessener Weise durchzuführen? Bestehen Unterschiede zwischen den durchschnittlichen Leistungen der einzelnen Kindergartengruppen, die sich auf die Qualität der Durchführung der Förderprogramme zurückführen lassen?

7) In welchem Ausmaß können die Kinder der Dienes-Gruppe mit den vier Eigenschaften der Logischen Blöcke in logischen Spielen operieren?

G) Methode

Unsere Untersuchung fand in drei verschiedenen Kindergärten aus Hamm und Heessen (NRW) statt, in denen jeweils eine Dienes-, eine Piaget- und eine Kontroll-Gruppe eingerichtet wurde. Aus diesen drei Kindergärten nahmen an der Untersuchung alle Kinder teil, die zum nächsten Einschulungstermin (Sommer 1972) eingeschult werden sollten.

Die Untersuchung umfaßt drei Teile:

1) Einen Vortest. Er besteht aus zwei standardisierten Tests und einem Kriteriumtest, um den Leistungsstand der Kinder vor Beginn der Förderprogramme zu überprüfen.

2) Der Durchführung der Förderprogramme. Die Kindergärtnerinnen führen, nach einer gründlichen Einweisung in die theoretischen und methodischen Zusammenhänge der jeweiligen Programme, die Förderprogramme mit ihren eigenen Gruppen in eigener Verantwortung durch. Auf diese Weise läßt sich am leichtesten eine Eingliederung der Aufgaben und Spiele in die übrige Kindergartenarbeit (die thematischen Wochenpläne) erreichen.

Die Förderprogramme laufen über einen längeren Zeitraum (20 Wochen), damit die Kinder ausreichend Zeit haben, um sich mit der Problematik der verschiedenen Aufgaben vertraut zu machen, und die Kindergärtnerinnen auf den individuellen Entwicklungsstand der Kinder besser eingehen können.

3) Nachtest. Der Nachtest wird unmittelbar nach Abschluß der Förderprogramme gegeben und enthält sowohl sämtliche Aufgaben des Vortests als auch solche, mit denen die Übertragung des Gelernten auf neue Problemsituationen und der Lerngewinn bei geübten Aufgaben überprüft werden soll.

1. Abriß der Förderprogramme

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden wir von beiden Programmen zunächst einen Abriß geben. Das gesamte Piaget-Programm, wie wir es den Kindergärtnerinnen an die Hand gegeben haben, kann im Anhang nachgelesen werden. Über das Dienes-Programm können Einzelheiten dem Buch von Neunzig (1972) entnommen werden.

Beide Programme sind im einzelnen methodischen Vorgehen nicht als streng einzuhaltende Pläne zu verstehen, sondern eher als Arbeitsanweisungen und Anregungen, die durch die Phantasie und Erfahrung der Kindergärtnerinnen erweitert werden können. Die einzelnen Lernziele sind dagegen für alle Gruppen verbindlich.

1.1 Das Piaget-Programm

1.1.1 Das Gliedern und Ordnen von Mengen

Lernziel: Im konkreten Umgang mit Mengen sollen die Kinder erkennen,

a) daß man Mengen ordnen, umordnen, gliedern, gruppieren, halbieren, aufteilen und verdoppeln kann;
b) daß man zwischen Elementen zweier Mengen eine Beziehung durch ein-eindeutige Zuordnung herstellen kann.

1.1.1.1 Unterscheidung der Begriffe: geordnete - ungeordnete, große - kleine Menge

Lernziel: Eine große Menge enhält viel Elemente, eine kleine Menge wenig. Mengen können geordnet oder ungeordnet sein.

Methodik: Aus der Umgebung der Kinder werden Mengen von Gegenständen gesucht. Es wird festgestellt, was viel und wenig ist, welches große und kleine Mengen sind. Außerdem werden Situationen und Anordnungen gesucht und benannt, die eine Ordnung besitzen und solche, die ohne Ordnung sind. Daraufhin werden große und kleine, geordnete und ungeordnete Mengen mit Spielmaterial oder in zeichnerischer Darstellung gebildet.

1.1.1.2 Die Reihenbildung (einfache Reihe)

Lernziel: Mengen, die aus einzelnen unterscheidbaren Elementen bestehen, lassen sich in Reihen anordnen. Reihen kann man verlängern durch Hinzufügen neuer Elemente oder durch Vergrößern der Abstände. Reihen werden verkürzt, wenn man Elemente fortnimmt oder die Abstände verringert. Eine kurze Reihe kann somit viel und wenig und eine lange Reihe ebenfalls viel und wenig Elemente enthalten.

Methodik: Aus ungeordneten Mengen verschiedener Materialien (Plättchen, Muggelsteine, Bauklötze, Spielzeug usw.), aus Filzscheiben, die an Filztafeln geheftet werden können, und in zeichnerischer Darstellung werden einfache Reihen gebildet. Die Reihen werden verlängert oder verkürzt durch Hinzufügen oder Fortnehmen von Elementen oder durch Vergrößern und Verringern der Abstände.

1.113 Doppelreihe

Lernziel: Aus einer langen Reihe läßt sich eine Doppelreihe bilden. Die Länge der Reihe wird halbiert, die Anzahl bleibt die gleiche. Jedem Element der einen Reihe ist jetzt genau ein Element der zweiten Reihe zugeordnet, so daß man jetzt von Paaren sprechen kann.

Methodik: Die Doppelreihe wird zunächst aus einer langen Schlange mit Kindern gebildet. Der "Schwanz" der Schlange biegt sich so weit herum, bis er zum Kopf gelangt, so daß also das letzte Kind neben dem ersten und das zweitletzte neben dem zweiten steht.
Das Bilden einer Doppelreihe aus einer einfachen Reihe wird anschließend mit verschiedenen Materialien wiederholt.

1.114 Stück-für-Stück-Zuordnung

Lernziel: Zwei verschiedene Mengen lassen sich auf ihre Mächtigkeit hin überprüfen, indem man die Glieder zweier Mengen paarweise zuordnet.

Methodik: Verschieden große Mengen von Gegenständen, von denen jeweils zwei einen starken Zusammengehörigkeitscharakter besitzen (z. B. Topf und Deckel, Tasse und Untertasse, Puppen und Bettchen, Kinder und Täschchen, Kinder und Stühlchen, usw.) werden durch paarweise Zuordnung auf ihre Mächtigkeit hin überprüft. Es wird festgestellt, ob jeder Topf auch einen Deckel, jedes Kind auch ein Stühlchen usw. bekommt.

1.1.1.5 Unterscheidung der Begriffe:
gleich, mehr und weniger

Lernziel: Mengen, deren Glieder paarweise geordnet sind, sind dann gleich, wenn jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zugeordnet ist. Sie sind verschieden (größer oder kleiner), wenn einige Elemente einer Reihe keinen Partner haben.

Methodik: Zwei Reihen von Elementen (Plättchen, Bauklötze, Kinder usw.), die die gleiche Dichte, aber verschiedene Anzahlen (und damit verschiedene Längen) haben, werden auf ihre Gleichheit oder Ungleichheit überprüft. In einem zweiten Schritt wird eine geordnete Reihe mit einem ungeordneten Haufen oder einem Türmchen aus zusammengesteckten Röllchen (Dick-Röllchen) verglichen.

1.1.1.6 Aufteilen, Verdoppeln und Gleichmachen
von Mengen

Lernziel: Mengen lassen sich mit Hilfe der Operation der ein-eindeutigen Zuordnung verdoppeln, verteilen oder gleichmachen.

Methodik: In Einzel- oder Partnerarbeit werden verschieden große Mengen halbiert oder verteilt. Die einzelnen Gruppen von Elementen werden anschließend auf ihre Mächtigkeit hin durch paarweise Zuordnung überprüft. Außerdem wird eine bestimmte Menge verdoppelt oder zwei verschieden große Mengen werden gleichgemacht.

1.1.2 Die Invarianz von Mengen

Lernziel: Die Anzahl einer Menge bleibt erhalten, wenn auch die Anordnung der Glieder verändert wird. Mengen werden nur dann vergrößert oder verringert, wenn man Elemente fortnimmt oder hinzufügt.

Methodik: Das Erfassen der Invarianz der Menge wird mit einer Reihe verschiedener Materialien und Verfahren erarbeitet, wie z. B. Identitäts-, Konflikt- und Reversibilitätstraining, Ausschalten irrelevanter Wahrnehmungen, struktureller Transfer, die wir im Kapitel über Trainingsexperimente zum Invarianzbegriff ausführlich dargestellt haben, so daß wir an dieser Stelle auf eine nähere Beschreibung verzichten können.

1.1.3 Klassifikation

Lernziel: Gegenstände unterscheiden sich nach verschiedenen Eigenschaften. Sie lassen sich nach einem oder mehreren ihnen allen gemeinsamen Merkmalen ordnen und in Gruppen zusammenfassen.

1.1.3.1 Einfache Klassifikation

Lernziel: Zu einer vollständigen Klasse gehört,

a) daß alle Gegenstände, die aus einer vorgegebenen Menge von Gegenständen zu einer Gruppe zusammengefaßt werden, ein gemeinsames Merkmal besitzen müssen,
b) daß alle Gegenstände, die dieses Merkmal besitzen, auch ausgewählt und zu einer Gruppe zusammengefaßt werden.

Methodik: In einer Reihe verschiedener Aufgaben, in denen nach bestimmten Eigenschaften Gegenstände klassifiziert werden, wird die Operation der Klassifikation geübt.

(1) Klassifikation nach der Farbe
Gegenstände unterscheiden sich am auffälligsten durch Farbe. Sie lassen sich daher am leichtesten nach der Farbe klassifizieren.

(2) Klassifikation nach der Form
Die Form von Gegenständen wird visuell und taktil wahrgenommen. Die Gegenstände können einmal nach ihrer geometrischen Form (Kreis-Dreieck, Quadrat) oder ihrer 2- oder 3-Dimensionalität (Kugel, Würfel, Zylinder) klassifiziert werden. Zur Klassifikation nach der geometrischen Form geben wir jedem Kind mit DC-Fix-beklebte verschiedenfarbige geometrische Figuren (4 Farben und 3 Formen), mit denen Klassifikationsübungen durchgeführt werden können.

(3) Klassifikation nach der Größe
Gegenstände sind nicht an sich groß oder klein; erst wenn man sie vergleicht, kann man sagen, welcher Gegenstand groß oder klein ist. Eine Reihe von Gegenständen, die äußerlich gleich sind, sich aber in der Größe unterscheiden (großer Teller, kleiner Teller, großer Ball, kleiner Ball usw.) werden nach der Größe klassifiziert.

(4) Umklassifizieren
Gegenstände lassen sich nicht nur nach einem Merkmal, sondern nach einer Reihe verschiedener anderer Merkmale klassifizieren. Eine einmal gebildete Klasse kann nach einem 2. oder 3. Merkmal umklassifiziert werden.

(5) Klassifikation durch Verneinung
Beim Klassifizieren entstehen grundsätzlich 2 Klassen: eine, deren Mitglieder ein bestimmtes Merkmal besitzen, und eine, deren Mitglieder dieses Merkmal nicht haben. Dementsprechend kann man einmal die Gegenstände danach untersuchen, ob sie ein Merkmal besitzen oder ob sie dieses Merkmal nicht besitzen. Die letzte Bedingung ist z. B. in der folgenden Anweisung erfüllt: "Sucht alle Gegenstände, die nicht-rot sind" oder: "Sucht alle Gegenstände, die nicht rund sind", usw.

1.1.3.2 Klassenmultiplikation

Lernziel: Wenn man 2 Klassen von Gegenständen so anordnet, daß die Klasse der einen Gegenstände die Klasse der anderen Gegenstände schneidet, so entsteht im Schnittpunkt eine neue Klasse, die gleichzeitig beide Eigenschaften der beiden anderen Klassen besitzt.

Methodik: Bevor Aufgaben zur Klassenmultiplikation gegeben werden, führen einige andere Aufgaben, in denen die Beachtung von gleichzeitig 2 Merkmalen gefordert wird, zu der Problematik hin.

(1) Verdoppeln eines Musters
Von einem Kind oder der Kindergärtnerin wird zunächst eine Reihe aus geometrischen Figuren gelegt. Wenn das Kind eine identische Reihe danebenlegt, muß es darauf achten, daß sowohl Farbe, als auch Form mit der Standardreihe übereinstimmen.

(2) Fortsetzen eines Musters
Das Muster wird, wie in der vorhergenden Aufgabe nicht parallel zu der vorgegebenen Reihe gelegt, sondern in der gleichen Reihe mehrfach fortgesetzt.

(3) Multiplikation von Form und Farbe

a) Ein Kind legt eine Reihe geometrischer Figuren, die die gleiche Farbe besitzen, z. B. rot. Dann wird gefragt: "Wer kann mit den gelben (blauen, grünen) Figuren eine Reihe in der gleichen Reihenfolge legen?"

b) Ein Kind legt eine Reihe geometrischer Figuren, die die gleiche Form (z. B. alle Dreiecke), aber verschiedene Farben besitzen. Dann wird wieder gefragt: "Wer kann eine Reihe mit den Quadraten (Kreisen) so legen, daß die Farben in beiden Reihen übereinstimmen?"

c) Die Aufgaben a) und b) wechseln in horizontaler und vertikaler Anordnung. Diese beiden Aufgaben lassen sich sehr gut in Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit durchführen.

d) Bei einer vollständigen Anordnung aus 3 Formen x 4 Farben wird im raschen Wechsel die gemeinsame Eigenschaft der Figuren in den Spalten und Zeilen bestimmt.

e) Aus einer vollständigen Anordnung werden ein oder zwei Elemente fortgenommen und unter die restlichen vermischt. Die Kinder vervollständigen die Anordnung wieder.

f) Durcheinandergeratene Reihen werden wieder geordnet.

g) Eine 3 x 4 Anordnung wird aufgebaut, wenn nur 4 Figuren vorgegeben sind.

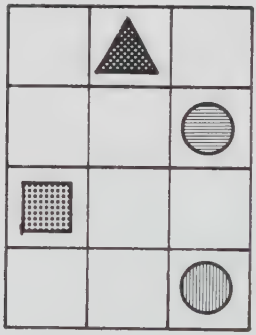


Abb. 8

(4) Multiplikation einer Klasse mit einer Relation

Mit den Dick-Röllchen, die in verschiedenen Farben vorhanden sind, werden Einer-, Zweier-, Dreier- und Vierer-Türmchen hergestellt. Mit diesem Material kann eine Matrix aufgebaut werden, in der eine Klasse (Farbe) mit einer Relation (Türmchen verschiedener Höhe) miteinander multipliziert wird.

Die Aufgaben a bis g lassen sich mit diesem Material in beliebiger Kombination durchspielen.

1.1.4 Seriation

Lernziel: Gegenstände, die sich in einem Merkmal quantitativ unterscheiden, lassen sich in eine Ordnung bringen.

1.1.4.1 Einfache Reihenbildung und Zuordnung einer zweiten Reihe

Lernziel: Man kann eine aufsteigende oder absteigende Reihe bilden, wenn man aus einer Menge von Gegenständen zunächst das kleinste oder das größte (längste oder kürzeste, hellste oder dunkelste, dickste oder dünnste Element usw.) auswählt und aus den restlichen wieder das kleinste oder das größte und es zu dem ersten stellt usw. bis alle Gegenstände geordnet sind.

Methodik:
(1) Verschiedene Materialien (Strohhalme, Stöckchen, Papierstreifen verschiedener Länge; Papierstreifen verschiedener Helligkeiten; Steine verschiedener Größe; Bälle verschiedener Dicke) werden geordnet.
(2) Einer bereits aufgebauten Reihe wird eine zweite Reihe zugeordnet.
(3) 2 Reihen aus verschiedenen Materialien (z.B. Stöckchen und Strohhalme) werden eingeschachtelt (alternierende Reihe). Dabei muß jedoch jedes Element der ersten Reihe etwas kleiner (bzw. etwas größer) als jedes Element der zweiten Reihe sein.

1.1.4.2 Seriationsaufgaben und Strukturierungsaufgaben im Zahlenraum 1 - 10

Material:

a) Aus Dick-Röllchen werden Türmchen von 1 - 10 Elementen hergestellt.

b) Ein Brettchen (18 x 21 cm) mit umgebendem Rahmen, das durch kleine Leisten in 10 lange, schmale Bahnen aufgeteilt ist.

(1) Stufenspiel

Die 10 Türmchen werden in die Bahnen des Brettchens gelegt, so daß eine "Treppe" entsteht. Das Kind kann die Aufgabe auf zwei Arten lösen: Entweder zählt es die Elemente eines Türmchens oder stellt Längenvergleiche an.

(2) Türmchen-Ergänzungsspiel

Bei diesem Spiel müssen zwei oder drei Türmchen zu einem Zehner-Türmchen kombiniert werden. Durch die Größe und den Rahmen des Brettchens passen solche Kombinationen in die Bahnen hinein, die die Summe 10 ergeben.

(3) Wolkenkratzerspiel

In jede Bahn des Brettchens wir in willkürlicher Reihenfolge je ein Türmchen gelegt. Die einzelnen Bahnen müssen jetzt bis zur vollen Zehner-Kombination mit anderen Türmchen ausgelegt werden.

1.1.5 Invarianz von Flüssigkeitsmengen

Zum Schluß des Förderprogramms wird das Erhaltungskonzept an Umschüttaufgaben mit Flüssigkeiten noch einmal aufgegriffen. Die Kinder vergleichen Höhen und Durchmesser verschiedener Gläser und schütten selbständig die Flüssigkeiten um.

1.2 Das Dienes-Programm

Das Dienes-Programm ist identisch mit dem ersten Teil des Mathematik-Kurses von Neunzig (1972). Auf den geometrischen Vorkurs, die Übungen zum vorzahligen Bereich und die Strategiespiele haben wir wegen der zeitlichen Begrenzung verzichtet.

Das Material wurde, soweit es im Handel erhältlich (Logische Blöcke, Stecker, Plättchen) oder von uns herstellbar war (Steckbrett, Spielpläne), übernommen. Auf einige Materialien, die Neunzig ebenfalls empfiehlt, z.B. das PLANOGON (geometrisches Figurenspiel), das KOMBIKUB (farbige Spielklötze) und das LOGIKART (Spielkarten) mußten wir verzichten, da sie z.Z. der Durchführung der Programme noch nicht erhältlich waren.

In dem folgenden Abriß werden die Lernziele von Neunzig (1972) wörtlich übernommen.

1.2.1 Lernmaterialien

(1) Logische Blöcke

Die 48 Merkmalsklötze kommen in folgenden Variationen vor:
4 Formen: Dreieck, Kreis, Quadrat und Rechteck
3 Farben: rot, blau und gelb
2 Größen: groß und klein
2 Stärken: dick und dünn

(2) Merkmalskärtchen

Für einige Spiele werden Merkmalskärtchen gebraucht, auf denen leicht verständliche Symbole abgebildet sind. Sie geben die Eigenschaften der Merkmalsklötze an. Die Negation einer Eigenschaft (z.B. nicht-rot) wird gekennzeichnet, indem das Symbol durchgestrichen wird.

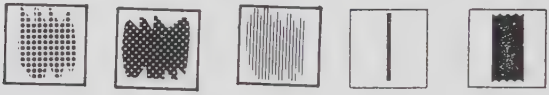


Abb. 9

(3) Steckbrett mit Steckern

Das Steckbrett besteht aus einer Lochplatte aus Preßstoff (26 x 18 Löcher). Die Steckerchen, die man in die Löcher stecken kann, sind in den Farben rot, gelb, blau und grün vorhanden.

(4) Farbige Plättchen

100 farbige Plättchen in zwei Größen und fünf Farben (rot, gelb, blau, grün und schwarz) sind in einer Dose zusammengefaßt.

(5) Spielpläne

(a) Gitter

Gitter dienen zum Auslegen mit Logischen Blöcken oder Plättchen. Insgesamt sind fünf verschiedene Gitter vorhanden: 3 x 3, 3 x 4, 3 x 6, 4 x 4 und 4 x 6.

(b) Spielpläne zur Mengenbildung

Anhand verschiedener Spielpläne (Torspiel mit einem oder zwei Toren, Straßenspiel, Seildarstellung) können ein oder zwei Mengen gebildet werden. Alle Spielpläne sind auf weißen Karton gezeichnet.

1.2.2 Einführung des Lernmaterials

Lernziel:"Die Materialphase soll dazu dienen, daß die Kinder das Material und auch verschiedene Formen der Anordnung des Materials kennenlernen. In dieser Zeit sollen die Kinder fähig werden, das gesamte Lernmaterial in die zugehörigen Kästen richtig einzuordnen"(S. 15).

1.2.2.1 Freies Spiel

In einem ersten Umgang mit dem Material (vor allem den Logischen Blöcken) soll das Kind nach eigener Phantasie die Möglichkeiten des Bauens, Legens und Ordnens ausprobieren. Besonders großen Aufforderungscharakter besitzt das Steckbrett, da es dem Gestaltungsdrang und der Gestaltungsmöglichkeit des Kindes keine Grenzen setzt. Dagegen ist der Anreiz, sich mit Logischen Blöcken im freien Spiel auseinanderzusetzen, geringer. Den Kindern müssen daher bald durch Anweisungen neue Spielmöglichkeiten eröffnet werden.

1.2.2.2 Gelenktes Spiel

(1) Bauen oder Legen nach mündlicher Anweisung
Auf Anweisung legen die Kinder bestimmte Formen, z. B. aus Logischen Blöcken einen Zug, eine Straßenkreuzung oder ein Auto. Man kann die Anweisung auch auf eine Teilmenge beziehen, z. B. "Baut ein Schiff aus roten Steckern (Plättchen oder Logischen Blöcken)", "Baut mit den runden Logischen Blöcken einen Turm und baut ihn mit den großen Plättchen nach!"

(2) Reihenlegen
Mit den verschiedenen Materialien werden einfache Reihen, Doppelreihen und Reihen mit regelmäßig wiederkehrender Form gelegt.

1.2.3 Erarbeitung der Eigenschaftsbegriffe

Lernziel: "Durch die Verwendung von strukturiertem Material, das wenige und gut unterscheidbare Merkmale aufweist, sollen die Kinder bei Spielen und Übungen grundlegende Eigenschaften kennenlernen bzw. ihre Kenntnisse vertiefen, Eigenschaften voneinander unterscheiden und möglichst auch benennen können" (S. 24).

1.2.3.1 Einfache Formen

(1) Bewegungsspiele
Mit Klebestreifen oder Kreide wird je ein großes Quadrat, Rechteck, Dreieck und ein großer Kreis auf dem Boden markiert und die Kinder sollen die Begrenzungen dieser Figuren abgehen. Dieses Spiel kommt dem Bewegungsdrang der Kinder sehr entgegen. Sie erleben nicht nur auf optischem, sondern auch motorischem Wege die unterschiedliche Form der Figuren, deren Namen in diesem Spiel auch eingeführt werden.

(2) Bauen und Legen von Figuren mit Teilmengen
Es werden z. B. folgende Anweisungen gegeben: "Baut eine Figur mit den runden (dreieckigen, quadratischen, rechteckigen) Bausteinen!"

"Legt einen Kreis mit den runden Bausteinen!"
"Legt ein Gitter mit dreieckigen Bausteinen so aus, daß in jedem Feld nur ein Baustein liegt."

Darüber hinaus werden die verschiedenen Formen der geometrischen Figuren mit Steckern nachgesteckt, auf ein Blatt Papier gezeichnet und an Spielzeugen und anderen Gegenständen aufgesucht.

1.2.3.2 Größe

(1) Logische Blöcke (zunächst nur eine Teilmenge, später alle) werden der Größe nach geordnet.

(2) Verschieden große Gegenstände werden in einer aufsteigenden Reihe angeordnet (Stöckchen, Strohhalme).

(3) Groß-Klein-Schlange
Es wird eine Reihe aus abwechselnd einem großen und einem kleinen Logischen Block gebildet.

1.2.3.3 Farbe

Es wird z. B. nach folgender Anweisung gebaut und gelegt:
"Legt mit den roten Plättchen eine Doppelreihe!"
"Baut mit den roten Steckern ein Quadrat!"
"Baut aus den gelben Bausteinen eine Eisenbahn!"

1.2.3.4 Stärke (dick, dünn)

Mit verschlossenen Augen werden die dicken und die dünnen Bausteine betastet und in zwei Gruppen geordnet.

1.2.4 Spiele zur Festigung der Eigenschaftsbegriffe

Die bisher durchgeführten Spiele dienen vorwiegend dem Zweck, das Kind mit den einzelnen Eigenschaften des Materials vertraut zu machen und die Begriffe isoliert zu erarbeiten. In den folgenden Spielen wird der Umgang mit den Eigenschaften der Merkmalsklötze gefestigt.

1.2.4.1 Zuordnungsspiel

In zwei senkrechten Reihen liegen jeweils vier Klötze. Es wird überprüft, in welchen Eigenschaften die Klötze übereinstimmen. Klötze, die gleiche Eigenschaften haben, werden mit Papierstreifen oder Drahtstücken verbunden.

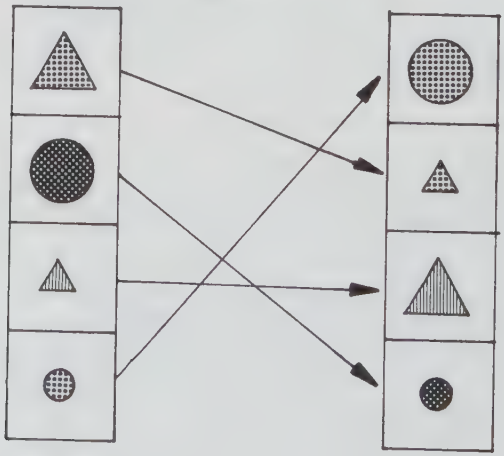


Abb. 10

1.2.4.2 Versteckspiel

Aus einer Teilmenge (z. B. nur den runden) wird ein Klotz fortgenommen. Um zu erkennen, welcher Klotz versteckt wurde, müssen die Bausteine in eine Ordnung gebracht werden.
Aus der entstehenden Lücke können die Kinder schließen, welche Eigenschaften der fehlende Klotz haben muß.

Zunächst beginnt man mit kleinen Mengen und vergrößert dann allmählich die Zahl, z. B. zunächst die runden (quadratischen usw.), dann die blauen (gelben usw.), dann die großen (kleinen) und zuletzt alle Bausteine. Am leichtesten fällt die Angabe des fehlenden Klotzes, wenn eine vollständige Ordnung gelegt wird und alle Eigenschaften der Bausteine genannt werden. Abbildung 11 zeigt ein Beispiel für die Teilmenge der kleinen Bausteine, bei denen ein roter, dicker, dreieckiger Baustein fehlt.

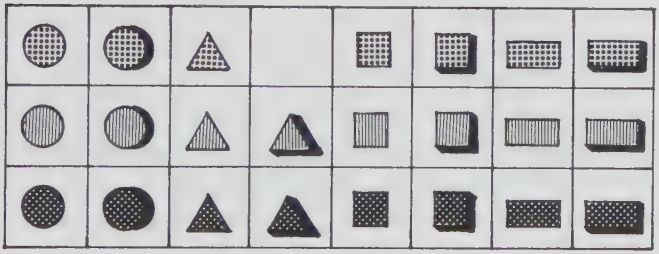


Abb. 11: Ordnung der kleinen Bausteine (Versteckspiel)

1.2.4.3 Unterschiedsspiele

Bei den Unterschiedsspielen werden die Elemente des Materials in eine Reihe gelegt, bei der folgende Regel zu beachten ist: Je zwei aufeinanderfolgende Stücke sollen einen Unterschied aufweisen, also in allen übrigen Eigenschaften übereinstimmen. Bei den Plättchen könnte der Anfang einer Reihe so aussehen: rot-groß, rot-klein, gelb-klein, gelb-groß. Das erste und das zweite Plättchen stimmen in der Farbe überein und unterscheiden sich in der Größe, das zweite und das dritte stimmen in der Größe überein und unterscheiden sich in der Farbe usw.
Diese Aufgabe ist mit Logischen Blöcken schwieriger, da vier Eigenschaften auftreten. Drei Eigenschaften bleiben gleich, eine ändert sich.

Eine Steigerung des Schwierigkeitsgrades läßt sich erreichen, indem die einzelnen Glieder nicht in eine einfache Reihe, sondern in eine Kreisform gelegt werden. Hier muß man darauf achten, daß das letzte Glied, das den Kreis schließt, sowohl zum vorletzten als auch zum ersten einen Unterschied aufweisen muß.
Eine weitere Steigerung des Schwierigkeitsgrades kann dadurch erreicht werden, daß die aufeinanderfolgenden Elemente sich nicht durch eine , sondern durch zwei Eigenschaften (oder durch drei Eigenschaften) unterscheiden.

1.2.4.4 Ketten legen

Bei den Ketten handelt es sich um einfache Reihen, deren Elemente in einer bestimmten Ordnung aufeinanderfolgen. Man legt zunächst den Anfang einer Kette, und die Kinder müssen erkennen, in welcher Ordnung die Elemente gelegt sind. Die Kinder setzen die Reihe dann in der gleichen Ordnung fort. Man kann zunächst mit Steckern und Plättchen beginnen und später zu Logischen Blöcken übergehen. Mit Steckern kann man z.B. folgende Aufgabe geben: rot weiß/rot weiß/.... oder gelb blau rot weiß/ gelb blau rot weiß/... Mit Plättchen kann man ähnliche Farbwechsel oder aber Größenwechsel durchführen: klein klein groß groß/ klein klein.... Mit Logischen Blöcken kann man Ketten legen, in denen die Größe (groß klein/groß klein/...),die Stärke (dick dünn/dick dünn/...), die Farben (gelb blau rot/gelb blau rot/...) oder die Formen (Dreieck Kreis/ Dreieck Kreis/...) wechseln.

1.2.4.5 Verwandlungsspiele

Zunächst wird eine bestimmte Figur, z.B. ein Haus oder eine Lokomotive mit einem Lernmaterial (zunächst Stecker und Plättchen, später Logische Blöcke) gelegt. Danach wird sie Verwandlungen unterzogen. Es kann z.B. die Farbe wechseln - die roten Bausteine der Figur werden gegen die blauen und die blauen gegen die roten ausgetauscht - oder die Form - das Quadrat wird gegen ein Dreieck und das Dreieck gegen ein Quadrat ausgewechselt - oder die Stärke oder die Größe. Der Schwierigkeitsgrad kann gesteigert werden, wenn man Farb-, Form-, Größen- und Stärkenverwandlungen miteinander kombiniert.

1.2.4.6 Gitterspiele

Bei den Gitterspielen werden die Figuren in einer Matrix gleichzeitig nach Farbe und Form gelegt. Das Vorgehen erfolgt in folgenden Schritten:

a) Ein vollständig ausgelegtes Gitter wird von den Kindern nachgelegt.
b) Die Kinder sollen ein unvollständiges Gitter vervollständigen.
c) Die Kinder legen selbst ein Gitter aus nach den Angaben der Merkmalskärtchen, die an die Zeilen und Spalten der Gitter gelegt werden.

Das Spiel kann sowohl mit farbigen Plättchen als auch mit Logischen Blöcken durchgeführt werden. Durch die vier verschiedenen Eigenschaften der Logischen Blöcke bietet sich eine Reihe von Kombinationen an: Form und Farbe; Form, Farbe und Größe; Größe und Dicke (bei einer Teilmenge) usw.

1.2.5 Spiele zur Mengenbildung

Lernziel: "Die Kinder sollen mit den Lernmaterialien Mengen nach Angabe von differenzierenden Eigenschaften in verschiedenen Darstellungen (Torspiel, Straßenspiel, Seildarstellung) bilden können.
Bei der Bildung von 2 Mengen soll angestrebt werden, daß die Kinder das betreffende Material nach den gegebenen Eigenschaften in den genannten Darstellungen richtig anordnen und die dabei entstehenden Teilmengen mit Merkmalskärtchen vollständig bezeichnen können" (S. 86).

1.2.5.1 Torspiel mit einem Tor

Der Spielplan, der für das Torspiel benötigt wird, besteht aus einer aufgezeichneten Straße mit einem Tor. An dieses Tor wird ein Merkmalskärtchen gelegt, das angibt, welche Elemente das Tor passieren dürfen.

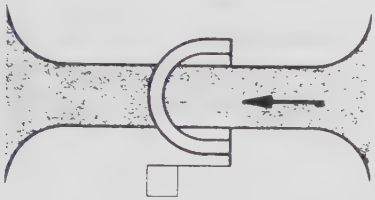


Abb. 12 Torspiel mit einem Tor

Man beginnt z.B. mit allen kleinen Logischen Blöcken und legt an das Tor das Kärtchen für runde Klötze. Die Kinder nehmen einen Klotz nach dem anderen, fahren damit die Straße entlang und lassen nur die Klötze durch das Tor, die die gesuchte Eigenschaft besitzen. Hinter dem Tor entsteht dann die gesuchte Menge der runden Klötze und vor dem Tor die Ergänzungsmenge der nicht-runden Bausteine. Später kann man alle Klötze nehmen.

1.2.5.2 Straßenspiel

Eine Menge mit ihrer Ergänzungsmenge läßt sich auch durch das Straßenspiel bilden.

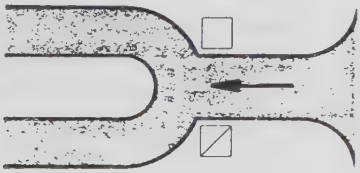


Abb. 13 Straßenspiel

An einer Straßengabelung wird an jede Abzweigung ein Merkmalskärtchen gelegt. Auf dem einen Kärtchen ist die definierende Eigenschaft einer Menge (z.B. rot), auf dem anderen die Negation (nicht-rot) angegeben. Die Kinder fahren mit den Bausteinen wieder die Straße entlang und entscheiden sich an der Gabelung, auf welcher der beiden Abzweigungen sie (entsprechend den Kärtchen) weiterfahren müssen. An dem einen Ende entsteht dann die gesuchte Menge, an dem anderen ihre Ergänzungsmenge.

1.2.5.3 Seildarstellung

An einer geschlossenen, kreisförmigen Linie liegt ein Merkmalskärtchen, das angibt, welche Bausteine in das Seil hineindürfen. Die Ergänzungsmenge liegt dann außerhalb des Seiles.

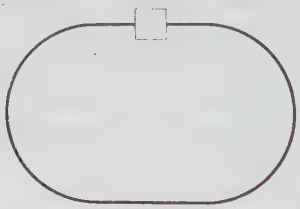


Abb. 14 Seildarstellung

1.2.5.4 Torspiel mit zwei Toren

Die bisher dargestellten Spiele dienen dazu, Mengen mit einer Eigenschaft zu bilden. Nimmt man dagegen einen Spielplan, bei dem zwei Tore über eine Straße gezeichnet sind, so lassen sich Mengen mit zwei Eigenschaften bilden.

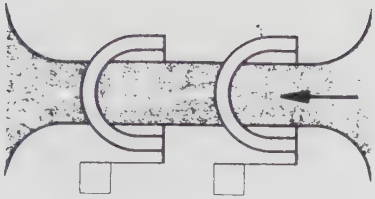


Abb. 15 Torspiel mit zwei Toren

Wenn z.B. an das erste Tor ein Kärtchen für runde Klötze und an das zweite Tor eins für rote Klötze gelegt wird, so können folgende Mengen gebildet werden: Hinter dem zweiten Tor entsteht die Menge, deren Klötze zugleich rot und rund sind. Zwischen dem ersten und dem zweiten Tor liegt die Menge der runden und nicht-roten Bausteine und vor dem ersten Tor die Menge der nicht-runden und nicht-roten Klötze.

2. Vortest

2.1 Standardisierte Tests

Die beiden standardisierten Tests sind die Coloured Progressive Matrices von Raven (CPM) und die Columbia Mental Maturity Scale von Burgemeister, Bloom und Lorge (CMM). Beide Tests sind individuelle, sprachfreie, hochstrukturierte Niveautests, die von den Kindern Denkfähigkeit und Abstraktionsfähigkeit verlangen. Die CPM soll nach Raven "observation and clear thinking" (1960, S. 1) und die CMM nach Eggert "allgemeine Intelligenz" (1972, S. 185) oder nach der Handanweisung zur Testbatterie für geistig behinderte Kinder (TBGB) "Denkfähigkeit, Abstraktionsfähigkeit und logisch-schlußfolgerndes Denken" (1969, S. 8) messen.

(1) Die Coloured Progressive Matrices

Dieser Test ist bei Kindern von 5 - 11 Jahren anwendbar. Er besitzt drei Serien von je 12 farbigen Tafeln, die nach steigendem Schwierigkeitsgrad gestaffelt sind. Auf allen 36 Tafeln ist jeweils ein Teil aus dem Muster ausgespart. Das Kind muß das richtige Ergänzungsstück, das das Muster vervollständigt, nach der Art von Mehrfachwahlen aus sechs Wahlmöglichkeiten heraussuchen. Diese Aufgaben haben große Ähnlichkeit mit Aufgaben zur Multiplikation von Klassen oder Relationen.

Jedem Kind werden alle Tafeln vorgelegt. Der Vl notiert auf einem Protokollbogen die ausgewählten Ergänzungsstücke. Jede richtige Lösung wird mit einem Punkt bewertet. Die Summe der Punkte läßt sich nach einer Normtabelle in eine Prozentrangnorm umrechnen. Unseren Berechnungen liegen jedoch die Rohwerte zugrunde.

Die Zuverlässigkeit des Tests kann als ausreichend bezeichnet werden. Raven (1960) gibt als Test-Retest-Reliabilität r=0,80 ± 5 an.

(2) Die Columbia Mental Maturity Scale

Die CMM besteht aus 100 Tafeln mit ansteigendem Schwierigkeitsgrad, auf denen jeweils mehrere Objekte (geometrische Figuren, Menschen, Tiere, Blumen, u.a.) gezeichnet sind. Unter den Objekten ist immer eins enthalten, das nicht in einem logischen Zusammenhang zu den anderen steht.
Das Kind soll das Element heraussuchen, "das nicht zu den anderen paßt, das anders aussieht" (Anweisung). Lösungen gelten auch dann als richtig, wenn das Kind statt des unpassenden Objektes die zusammengehörigen zeigt. Der Test wird dann abgebrochen, wenn 8 von 10 aufeinanderfolgenden Aufgaben falsch beantwortet werden.

Jede richtige Lösung wird mit einem Punkt bewertet. Die Summe der Rohpunkte kann nach einer für deutsche Verhältnisse angepaßten Normierung für 3 bis 10jährige Kinder von Eggert (1972) in T-Werte umgerechnet werden. Unseren Berechnungen liegen jedoch die Rohwerte zugrunde. Als Split-Half-Reliabilität gibt Eggert (1972) für 5jährige Kinder (N = 195) r_{tt} = 0,95 und für 6jährige Kinder (N = 159) r_{tt} = 0,92 an. Die Zuverlässigkeit des Tests kann also als gut bezeichnet werden.

2.2 Kriteriumstest

2.2.1 Invarianz mit Plättchen

Material: je 2o rote und gelbe Plättchen

Ausgangssituation: Von mehreren roten und gelben Plättchen, die auf dem Tisch liegen, nimmt der Vl 5 rote Plättchen und legt sie nebeneinander in eine Reihe (Abstand etwa 3 cm).

Anweisung: " Ich habe hier eine Reihe aus roten Plättchen gelegt. Leg bitte aus gelben Plättchen auch eine Reihe, aber so, daß neben jedem roten Plättchen ein gelbes Plättchen liegt!"

Gelingt die Stück-für-Stück-Zuordnung nicht, legt das Kind also mehr oder weniger Plättchen, wird der Versuch abgebrochen. Andernfalls fragt der Vl, ob in beiden Reihen gleich viel Plättchen enthalten sind. Dann werden vom Vl vier verschiedene Veränderungen vorgenommen, die sich auf die Lage der Plättchen und ihre Anzahl beziehen.

Nach jeder Veränderung stellt der Vl folgende Frage: "Sind in beiden Reihen noch gleich viel Plättchen enthalten oder liegen in Deiner oder meiner Reihe mehr Plättchen?" Wenn das Kind die Frage richtig beantwortet, wird es aufgefordert, sein Urteil zu begründen.

1. Veränderung: Der Vl schiebt die Reihe mit den roten Plättchen zusammen.

2. Veränderung: Die gelbe Reihe bleibt unverändert; in der Reihe, die das Kind gelegt hat, werden die Abstände zwischen den Plättchen vergrößert.

3. Veränderung: Das mittelste Plättchen der verlängerten Reihe nimmt der Vl fort, und die Abstände werden ausgeglichen.

4. Veränderung: Die Reihe, in der nur vier Plättchen enthalten sind, wird auf die gleiche Länge gebracht wie die Vergleichsreihe.

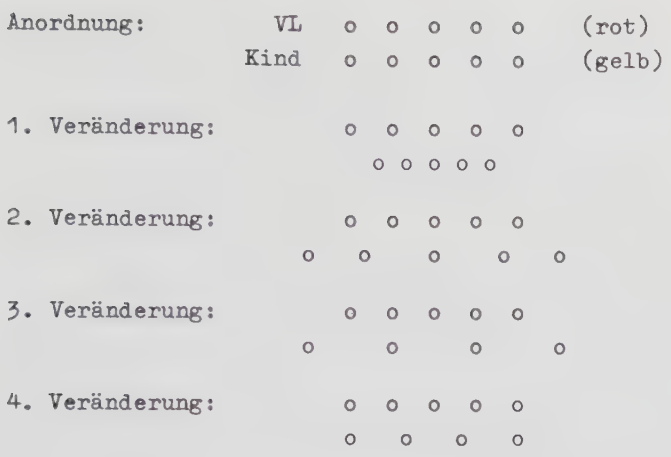


Abb. 16: Invarianzaufgabe mit Plättchen

Verrechnung der Antworten: Die Antworten der Kinder werden vom VL mitprotokolliert und nach folgendem Schlüssel verrechnet:

Stadium III: Die Invarianz wird bei allen Veränderungen erkannt, und es werden richtige Begründungen gegeben. Mögliche Begründungen bei den Veränderungen 1 und 2 :

(1) Bezug auf den Vorgang der Veränderung z. B. "Du hast die Plättchen nur auseinandergelegt".

(2) Bezug auf die Identität der Plättchen z. B. "Es sind noch immer dieselben Plättchen".

(3) Bezug auf die Reversibilität z. B. "Man kann die Plättchen wieder zurücklegen, dann sind beide Reihen wieder gleichlang".

(4) Bezug auf Addition und Subtraktion z. B. "Du hast kein Plättchen dazugetan und keins weggenommen".

Bei den Veränderungen 3 und 4 kommt vorwiegend das Subtraktionsargument in Betracht, z. B. "Du hast ja ein Plättchen weggenommen."

Stadium II: Es werden wenigstens 2 Veränderungen richtig beurteilt und entsprechende Begründungen gegeben.

Stadium I: Keine oder nur eine Veränderung wird richtig beurteilt, oder die Zuordnung zu Beginn des Versuchs gelingt nicht.

2.2.2 Invarianz mit Perlen

Material: 2 gleiche Bechergläser von 250 ccm; Ø 7 cm, Höhe 9 cm; 1 Becherglas von 600 ccm; Ø 9 cm;Höhe 11,5 cm; 1 Meßzylinder von 200 ccm; Ø 3,5 cm, Höhe 20 cm; 40 verschiedenfarbige Perlen (Ø 1 cm); eine Pappschachtel.

Ausgangssituation: Vor dem VL und dem Kind steht je ein leeres Glas (Standardglas) und in der Mitte des Tisches eine Pappschachtel mit 40 Perlen.

Anweisung: "Hier in dieser Schachtel liegen ganz viel Perlen. Was kann man mit Perlen machen? Und hier hat jeder ein Glas! Sind diese beiden Gläser gleich? Wir wollen einmal diese Perlen in unsere Gläser füllen. Wir nehmen beide zur gleichen Zeit eine Perle aus der Schachtel und legen sie in unser Glas. Dann nimmt jeder eine 2. Perle aus der Schachtel und legt sie wieder in das Glas, dann eine dritte, eine vierte usw. bis alle Perlen aus der Schachtel fort sind. Wir nehmen aber jedes mal nur eine Perle und legen sie in das Glas. Hast Du das verstanden?"

Wenn der Vorgang des Einfüllens beendet ist, wird gefragt, ob in beiden Gläsern gleich viel Perlen enthalten sind. Wenn das Kind die Gleichheit der beiden Perlenmengen bestreitet, und vorschlägt, Perlen aus einem Glas fortzunehmen, wird seinem Vorschlag gefolgt, bis es meint, in beiden Gläsern seien gleichviel Perlen enthalten. Da wir den Versuch an dieser Stelle nicht bereits abbrechen, dem Kind aber auch keine Argumente zur Begründung der Äquivalenz an die Hand geben wollen, sind wir zu diesem Vorhaben gezwungen, obwohl auf diese Weise keine zahlenmäßige Gleichheit mehr vorhanden ist. Nach jeder Veränderung wird die Frage gestellt: "Sind in beiden Gläsern noch gleichviel Perlen enthalten? Oder sind in Deinem oder meinem Glas mehr Perlen enthalten?"
Bei richtiger Beantwortung der Frage wird das Kind wieder aufgefordert, sein Urteil zu begründen.

1. Veränderung: Der VL schüttet die Perlen aus seinem Glas in das Glas mit dem großen Durchmesser.

2. Veränderung: Die Perlen aus dem breiten Glas werden in das schmale Glas geschüttet.

Verrechnung der Antworten: Die Antworten und Begründungen der Kinder werden vom VL wörtlich mitprotokolliert und anschließend nach folgendem Schlüssel verrechnet:

Stadium III: Das Kind behauptet die objektive Gleichheit der Perlenmengen und gibt eine adäquate Begründung. Die Begründungen können sich analog der Plättchenaufgabe auf den Vorgang des paarweisen Einfüllens der Perlen, die Identität der Perlen, die Reversibilität, die Addition und Subtraktion und die Kompensation beziehen.

Bei dieser Aufgabe sind eher Kompensationsargumente zu erwarten, als bei der Plättchenaufgabe, z . B. "Das Glas ist zwar dünner, dafür ist der Perlenstand aber höher".

Stadium II: Das Kind gibt zwar eine oder zwei richtige Antworten, findet aber keine angemessene Begründung, z. B. "... weil ich das weiß",
oder ".... weil ich das sehe!"

Stadium I: Das Kind bestreitet die Gleichheit der Mengen.

2.2.3 Klassifikation

Material: 18 Kunststoffplättchen (3 Formen: Kreis, Quadrat, Rhombus; 3 Farben: gelb, rot,grün), die dem "nicht-verbalen Intelligenztest" von Snijders-Oomen (SON) entnommen worden sind.

Ausgangssituation: Vor dem Kind liegen ausgebreitet alle Plättchen.

1. Aufgabe: Klassifizieren nach der Form.
Anweisung: "Du siehst hier eine Menge Plättchen. Wie sehen sie aus? - Diese Plättchen wollen wir einmal in drei Gruppen ordnen. Ich fange an zu ordnen und Du fährst nachher genauso fort, wie ich begonnen habe. Ich nehme zunächst zwei Plättchen und lege sie zusammen. Was ist bei beiden

Plättchen gleich? Zu diesen Plättchen legst Du nachher alle Plättchen, die so ähnlich aussehen wie diese. Dann nehme ich wieder zwei Plättchen und fange eine zweite Gruppe an und wieder zwei Plättchen und eine dritte Gruppe. Du sollst jetzt alle restlichen Plättchen auf diese drei Gruppen verteilen. Du muß Dir aber gut überlegen, ob sie eher zur einen oder zur anderen oder zur dritten Gruppe gehören".

Der V_1 beginnt 6 Plättchen in drei Gruppen vorzusortieren. In jeder Gruppe ist die Form gleich, die Farbe verschieden.

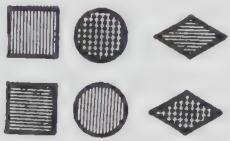


Abb. 17

Die restlichen 12 Plättchen werden von dem Kind auf diese drei Gruppen verteilt.

2. Aufgabe: Klassifizieren nach der Farbe

Nachdem alle Plättchen wieder auf dem Tisch verteilt sind, legt der V1 den Anfang von drei neuen Gruppen zusammen. Diesmal ist die Farbe Ordnungskriterium, während von der Form abgesehen werden muß.

Abb. 18

Die Hälfte der Kinder löst zuerst die Farb- und dann die Formaufgabe, die andere Hälfte zuerst die Form- und dann die Farbaufgabe. Im Nachtest wird die Reihenfolge der Darbietung umgekehrt. Kinder, die im Vortest zuerst die Formaufgabe erhalten, bekommen im Nachtest zuerst die Farbaufgabe und umgekehrt.

2.2.4 Multiplikation von Relationen (Röhren-Aufgabe)

Material: 3 x 3 Matrix auf Karton aufgezeichnet (33 x 33 cm); 9 Hohlzylinder aus Pappe (Durchmesser: 5 cm, 7 cm, 9 cm; Höhe: 5 cm, 10 cm, 15 cm)

1. Aufgabe:
Die ersten beiden Reihen der Hohlzylinder, in denen jeweils die Höhe jeder Reihe konstant bleibt, der Durchmesser aber anwächst, werden vom Vl aufgestellt. Das Kind wird aufgefordert, die drei restlichen Zylinder an die richtige Stelle zu setzen.

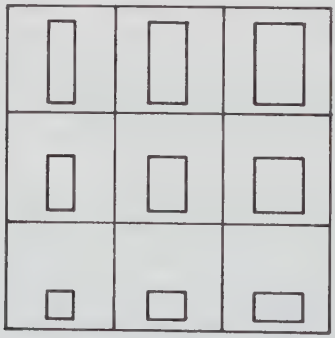


Abb. 19: Multiplikation von Relationen

Anweisung: "Wir haben hier ein Stück Karton, auf dem mehrere Felder eingezeichnet sind. Daneben stehen Pappröhren verschiedener Größe und Dicke. Auf jedes Feld wollen wir eine Pappröhre stellen.

Ich fange einmal an. Ich stelle zunächst die erste Reihe auf und dann die zweite. Sieh Dir einmal genau an, wie ich die Reihen geordnet habe. Du sollst jetzt die restlichen drei Röhren so auf den Karton stellen, daß sie gut zu den anderen passen".

Unterlaufen dem Kind Fehler, so korrigiert der Vl und fordert das Kind auf, die Anordnung sich noch einmal genau anzusehen. Er vermeidet jedoch, auf die Multiplikation hinzuweisen.

2. Aufgabe:

Aus der fertigen Anordnung entfernt der Vl drei Zylinder, die eine Diagonale bilden und stellt sie abseits auf den Tisch. Das Kind soll die Röhren wieder an die richtige Stelle setzen. Gelingt die Lösung der Aufgabe nicht, wird abgebrochen, andernfalls wird die nächste Aufgabe gestellt.

3. Aufgabe:

Aus der fertigen Anordnung nimmt der Vl vier benachbarte Zylinder fort und stellt sie wieder abseits auf den Tisch.

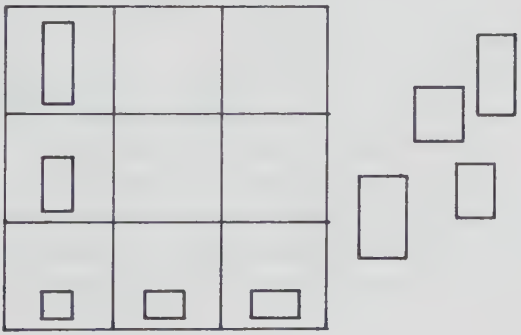


Abb. 20

4. Aufgabe:

Es werden alle Zylinder fortgenommen, und das Kind soll die Ordnung wieder herstellen.

5. Aufgabe:

Nachdem der Vl wieder alle Zylinder fortgenommen hat, soll das Kind die Ordnung umkehren. Der Vl nimmt die kleinste und dünnste Röhre und stellt sie nicht auf das linke untere Feld wie bisher, sondern auf das rechte obere Feld. Von dieser Röhre ausgehend soll das Kind die Ordnung wieder herstellen.

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben nimmt also von der ersten bis zur fünften Aufgabe zu.
Die erste Aufgabe ist vorrangig eine Seriationsaufgabe (gleiche Größe, verschiedener Durchmesser). Das Kind muß aber bereits darauf achten, daß der Durchmesser der Zylinder mit der vorgegebenen Ordnung durch die anderen Zylinder übereinstimmt.
Die zweite Aufgabe ist ebenfalls relativ einfach, da das Kind sich einmal auf sein Gedächtnis verlassen kann, zum anderen bereits dann zur Lösung gelangt, wenn es sich nur nach der Höhe oder nur nach dem Durchmesser orientiert.
Um die Aufgaben 3 bis 5 zu lösen, wird dagegen das Beherrschen des Multiplikationsprinzips verlangt.
Die Aufgabe 5 ist die schwierigste, da das Kind eine neue Multiplikationsordnung aufbauen muß.
Ähnliche Multiplikationsaufgaben mit Plastikbechern haben Bruner und Kenney durchgeführt (berichtet in Bruner, Olver und Greenfield, 1971, S. 191ff).

3. Nachtest

Außer den Aufgaben des Vortests werden im Nachtest drei verschiedene Aufgabengruppen gegeben, mit denen die Auswirkungen der beiden Programme bei geübten und unbekannten Aufgaben überprüft werden sollen.

In der Aufgabengruppe 1 befinden sich Übungen und Spiele aus dem Dienes- oder dem Piaget-Programm. Die Aufgaben sind also entweder von der einen oder der anderen Gruppe geübt worden. Bei der Auswahl dieser Aufgaben ist berücksichtigt worden, daß die jeweils andere Gruppe vergleichbare Aufgaben (mit anderem Material oder in einem anderen Zusammenhang) geübt hat.

Die Aufgabengruppe 2 enhält Aufgaben, die beiden Gruppen unbekannt sind. Es soll festgestellt werden, ob die Kinder Übertragungen vornehmen können und Aufgaben mit einer unbekannten Struktur zu lösen vermögen.

Die Aufgaben der Aufgabengruppe 3 werden nur den Kindern der Dienes-Gruppe gegeben. Es soll festgestellt werden, in welchem Ausmaß sie mit den vier Eigenschaften der Logischen Blöcke in logischen Spielen operieren können.

3.1 Aufgabengruppe 1

3.1.1 Gitter

Material: Ein 3 x 4 Gitter; alle Logischen Blöcke; die Merkmalskärtchen für Farbe und Form.

Anordnung: Das Gitter und die Logischen Blöcke liegen auf dem Tisch. Der VL nimmt zunächst alle Merkmalskärtchen in die Hand und erklärt den Kindern der Piaget- und Kontroll-Gruppe deren Bedeutung. Anschließend gibt er folgende Anweisung: "Wenn ich dieses Kartchen für runde Klötze an die erste Zeile lege, so heißt das, daß in dieser Zeile (Vl fährt mit dem Finger die Zeile entlang) nur runde Klötze liegen dürfen. Wenn ich das Kärtchen für Quadrate an die zweite Zeile lege, so heißt das, daß in dieser Reihe nur Quadrate liegen dürfen. Wenn ich an die dritte Zeile das Kärtchen für Dreiecke lege, zeig mir, wo dann nur die Dreiecke liegen dürfen? - An die letzte Zeile legen wir das Kärtchen für Rechtecke. Zeig mir, wo die Rechtecke liegen!"- (Analog dazu werden jetzt Merkmalskärtchen für die Farben oberhalb der Spalten gelegt. Die Anweisung erfolgt in ähnlicher Weise).
"Hast Du das verstanden? - In dieser Zeile müssen also die runden Klötze liegen, in dieser Zeile die quadratischen ... (usw.), in der 1. Spalte die roten, in der 2. die gelben .... Du mußt also darauf achten, daß der Klotz, den Du auf ein Feld legst, sowohl mit dem Farb- als auch mit dem Formkärtchen übereinstimmt".

Bekanntheit von Material und Aufgabe:
Diese Aufgabe ist den Kindern der Dienes-Gruppe sowohl vom Material als auch vom Umgang mit den Merkmalskärtchen als auch von dem Prinzip der Multiplikation her bekannt. Die Kinder der Piaget-Gruppe haben zwar Aufgaben zur Multiplikation durchgeführt, aber noch nicht mit Merkmalskärtchen und Logischen Blöcken gespielt.

3. 1. 2 Reihe fortsetzen

Material: Steckerchen und Steckbrett
Anordnung: Auf einem Steckbrett wird vom VL mit Steckerchen folgende Reihe gesteckt:

Abb. 21

Es wechseln also die Farben (gelb-grün-rot-blau) und die Anzahl der jeweiligen Steckerchen (1 und 2 Stecker). Das Kind soll nun in der gleichen Reihenfolge die Reihe fortsetzen.

Bekanntheit von Material und Aufgabe:
Material und Aufgabe sind den Kindern der Dienes-Gruppe bekannt. Die Kinder der Piaget-Gruppe haben ähnliche Aufgaben mit Plättchen und anderen Materialien durchgeführt, so daß ihnen das Problem ebenfalls vertraut ist.

3.1.3 Seriation

Material: Das aus der Türmchenaufgabe (S. 170) bekannte in 10 Bahnen aufgeteilte Brettchen; 10 Türmchen aus Dickröllchen (1-10 Elemente).

Anordnung: Vor den Kindern liegen das Brettchen und die 10 verschieden langen Türmchen. Das Kind wird vom Vl aufgefordert, in jede Bahn des Brettchens ein Türmchen zu legen, aber so, daß eine "schöne Treppe" entsteht.

Bekanntheit von Material und Aufgabe: Der Unterschied zwischen den einzelnen aufeinanderfolgenden Elementen ist deutlich wahrnehmbar. Er braucht nicht ertastet, sondern kann durch visuellen Vergleich ermittelt werden. Die Aufgabe ist also relativ leicht. Material und Aufgabe sind den Kindern der Piaget-Gruppe bekannt. Im Dienes-Programm sind ebenfalls Ordnungsrelationen erarbeitet worden. Ihnen ist jedoch das Material unbekannt.

3.2 Aufgabengruppe 2

3.2.1 Invarianz mit Plastilin

Material: 2 Plastilinkugeln verschiedener Farbe (Ø etwa 5 cm).

Anordnung: Beide Plastilinkugeln liegen auf dem Tisch und das Kind wird zunächst gefragt, ob beide Kugeln gleich sind. Anschließend werden zwei Veränderungen durchgeführt. Nach jeder Veränderung stellt der Vl die Frage: "Haben wir noch immer gleich viel Knete oder ist in der Kugel(oder dem Pfannkuchen, der Wurst) mehr Knete?"

1. Veränderung: Der Vl drückt eine Plastilinkugel auf eine Stärke von etwa 2 cm zusammen ("Pfannkuchen").

2. Veränderung: Der "Pfannkuchen" wird zu einer "Wurst" von etwa 12 cm ausgerollt.

Die Plastilinaufgabe ist für die Kinder der Piaget-Gruppe eine Transferaufgabe. Sie müssen das Invarianzprinzip von der Mengen- auf die Substanzerhaltung übertragen.

Die Antworten der Kinder werden vom Vl protokolliert. Zum Invarianzstadium werden die Kinder gezählt, die beide Veränderungen richtig beurteilen und angemessene Begründungen abgeben.

3.2.2 Transitivität

Material: 8 gleiche Holzklötze (Kantenlänge 2x4x7 cm) 2o rote und 2o gelbe Plättchen

Anordnung: Auf dem Tisch stehen in einer Reihe 8 Holzklötze. Der Vl fordert das Kind auf, zu jedem Klotz ein rotes Plättchen zu legen. Dann schiebt der Vl die Plättchen auf einen Haufen und stellt die Frage nach der Invarianz. Verneint das Kind die Mengenerhaltung, wird der Versuch abgebrochen. Andernfalls schiebt der Vl die roten Plättchen etwas abseits und fordert das Kind auf, eine Reihe aus gelben Plättchen zu den Klötzen zu legen. Der Vl schiebt diese Plättchen wieder auf einen Haufen und stellt die Frage nach der Konstanz der Plättchen-Menge. Die Klötze werden nun vom Tisch genommen und die Häufchen mit roten und gelben Plättchen nebeneinandergelegt. Der Vl fragt dann: "Sind in beiden Haufen gleich viel Plättchen oder gibt es mehr gelbe oder mehr rote Plättchen?"

Von dem Kind wird bei dieser Aufgabe die Anwendung des Transitivitätsgesetzes (wenn A = B und B = C, dann ist A = C) verlangt. A ist die Menge der roten Plättchen, B die Menge der Klötze und C die Menge der gelben Plättchen. Da beide Plättchenhaufen weder gezählt werden noch in Stück-für-Stück-Korrespondenz liegen, muß sich das Kind auf die Transitivität beziehen, um die Mengen beurteilen zu können.

3.2.3 Inklusion

Material: 3 rote und 5 gelbe Plättchen

Anordnung: Vom Vl werden die roten und gelben Plättchen in eine Reihe gelegt. Dann stellt er die **Frage:"Liegen dort mehr rote Plättchen oder mehr Plättchen?" Behauptet das Kind, es seien mehr gelbe** Plättchen vorhanden, so fordert es der Vl auf, zunächst alle roten, dann alle gelben und zuletzt alle Plättchen mit dem Finger zu berühren. Anschließend wird die Frage nach der Einschachtelung der Klassen noch einmal gestellt.

3.3 Aufgabengruppe 3

3.3.1 Unterschiedsspiel (vgl. S. 178)

Material: Alle Logischen Blöcke

Anordnung: Der Vl legt aus Logischen Blöcken folgende Reihe:

Abb. 22

Anweisung: "Ich habe hier eine Reihe aus Bausteinen gelegt. Wir wollen einmal die Unterschiede zwischen den einzelnen Bausteinen heraussuchen. Sieh Dir einmal die ersten beiden Klötze an. Was ist bei ihnen gleich? (Form, Farbe, Größe). Worin unterscheiden sich die beiden Klötze? (Dicke). Drei Merkmale sind also gleich und ein Merkmal ist verschieden. Die Klötze in dieser Reihe unterscheiden sich alle von den vorhergehenden und nachfolgenden jedesmal durch ein Merkmal.
Drei Merkmale sind jedesmal gleich. Was ist bei dem zweiten und dem dritten Klötzchen gleich?(Form, Größe und Dicke). Was ist verschieden? (Farbe). Was ist zwischen dem vierten und fünften Klotz gleich? (Farbe, Form und Dicke) Was ist verschieden? (Größe). Der erste Klotz unterscheidet sich also vom zweiten durch die Dicke, der zweite vom dritten durch die Farbe, der dritte vom vierten durch die Form und der vierte vom fünften durch die Größe. Du sollst jetzt neben den letzten Klotz einen weiteren legen, der sich von dem vorhergehenden nur durch ein Merkmal unterscheidet. Die anderen drei Merkmale sollen gleich sein.
Insgesamt sollst du die Reihe um drei weitere Klötze verlängern. Aber jedesmal darf nur ein Merkmal verschieden sein!"

3.3.2 Kettenlegen (vgl.S.179)

Material: Die großen Logischen Blöcke

Anordnung: Der V1 legt folgende Reihe:

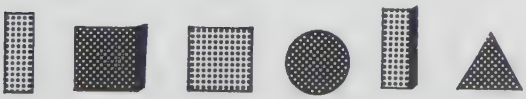


Abb. 23

Anweisung: "Sieh Dir einmal diese Reihe an. Die Bausteine folgen in einer ganz bestimmten Ordnung aufeinander. Du mußt zunächst die Ordnung herausfinden (rot/blau) und die Reihe dann um zwei Klötze verlängern. Du mußt aber darauf achten, daß die Reihenfolge, in der die anderen Klötze gelegt sind, eingehalten wird!"

Anschließend legt der Vl folgende Reihe:

Abb. 24

Bei dieser Aufgabe muß das Kind den Wechsel von zwei Formen (Dreieck/Kreis) erkennen und die Reihe ebenfalls um zwei Klötze verlängern.

4. Versuchspersonen

Insgesamt nahmen 134 Kinder an dem Vortest teil. Davon schieden 8 Kinder für das endgültige Ergebnis aus, da sie entweder in einen anderen Stadtteil verzogen waren (2 Kinder) oder aus Krankheits- oder anderen Gründen an mehr als 15 Übungsstunden der Fördergruppen nicht teilnehmen konnten (6 Kinder). Die Verteilung der übrigen 126 Kinder (67 männlich, 59 weiblich) auf die einzelnen Gruppen ergibt sich aus Tabelle 1.

Tabelle 1: Anzahl der Vpn, aufgeteilt nach Gruppen und Kindergärten

	Dienes-G.	Piaget-G.	Kontroll-G.	Σ
Heessen	8	13	19	40
Hamm I	17	17	9	43
Hamm II	15	14	14	43
Σ	40	44	42	126

Lebensalter

Die Kinder waren zum Zeitpunkt des Vortestes im Durchschnitt 5;9 Jahre (Streuung 4 Monate) alt. Die Altersspanne reicht von 5;0 bis 6;5 Jahre. Die Häufigkeitsverteilung innerhalb von Altersabschnitten gibt Tabelle 2 wieder.

Tabelle 2: Häufigkeitsverteilung der Vpn nach dem Lebensalter

	5;0-5;4	5;5-5;8	5;9-6;0	6;1-6;5	Σ
Dienes	7	16	7	10	40
Piaget	5	13	17	9	44
Kontr.	10	6	12	14	42
Σ	22	35	36	33	126

Obwohl die Häufigkeitsverteilung innerhalb der Dritteljahresabschnitte bei den einzelnen Gruppen unterschiedlich ist, ergibt sich ein (fast) einheitliches Durchschnittsalter:

Dienes-Gruppe 5;8 Jahre (Streuung 4 Monate),
Piaget-Gruppe 5;9 Jahre (Streuung 2 Monate),
Kontrollgruppe 5;9 Jahre (Streuung 5 Monate).

Die Untersuchungsgruppen sind also vom Alter her vergleichbar.

Soziale Herkunft der Kinder

Zur Ermittlung der sozialen Herkunft der Kinder standen uns die Karteikarten der Kindergärten zur Verfügung. Da die Angaben über den Beruf des Vaters nur sehr allgemein gehalten waren, haben wir folgende Grobeinteilung nach Berufsgruppen gewählt:

Gruppe 1: Arbeiter und Handwerker,
Gruppe 2: Angestellte und Beamte,
Gruppe 3: Unternehmer, Ingenieure, höhere Beamte und Akademiker

Tabelle 3 gibt die Verteilung der Kinder auf diese drei Berufsgruppen innerhalb der Kindergärten und der Untersuchungsgruppen wieder.

Tabelle 3: Häufigkeitsverteilung der Vpn nach dem Beruf des Vaters

	N	Gruppe 1		Gruppe 2		Gruppe 3	
		abs.	%	abs.	%	abs.	%
Dienes	40	16	40	14	35	10	25
Piaget	44	22	50	14	31,8	8	18,2
Kontroll	42	19	45,2	13	31	10	23,8
Heessen	40	18	45	14	35	8	25
Hamm I	43	8	18,6	17	39,5	18	41,9
Hamm II	43	31	72,1	10	23,2	2	4,7
Σ	126	57	45,2	41	32,5	28	22,3

Der Unterschied zwischen der Dienes-, der Piaget- und der Kontroll-Gruppe ist statistisch unbedeutend (Chi^2 = 1,52; df = 4; ns). In den drei Kindergärten sind die drei Berufsgruppen dagegen sehr signifikant verschieden vertreten (chi^2 = 30,16; df = 4; ss). Im Kindergarten Hamm I sind überproportional viel Kinder von Eltern der Berufsgruppe 3 vertreten. Kinder von Arbeitern und Handwerkern sind in der Minderzahl. Der Kindergarten Hamm II zeigt eine völlig andere Zusammensetzung. In ihm sind vorwiegend Kinder aus Arbeiter- und Handwerkerfamilien. Der Kindergarten Heessen nimmt zwischen beiden eine mittlere Position ein und zeigt eine ausgewogenere Zusammensetzung.

5. Durchführung der Untersuchung

5.1. Durchführung der Tests

Zum Vor- und Nachtest wurden die Kindern einzeln in einen Raum geführt. Alle Kinder waren mit Begeisterung bereit, "Spielchen" mit dem Vl durchzuführen. Der Nachtest der beiden standarisierten Verfahren (CMM und CPM) ist von einer Lehrerin gegeben worden, die mit dem Test vertraut war. Die anderen Aufgaben wurden vom Verfasser durchgeführt. Der Vortest wurde auf zwei Sitzungen an zwei verschiedenen Tagen, der Nachtest mindestens auf zwei in den meisten Fällen (bei 83 Kindern) auf drei Sitzungen verteilt. Die zweite Sitzung wurde dann abgebrochen, wenn Interesse und Konzentration des Kindes nachließen oder das Kind sehr viel Zeit zur Lösung der Aufgaben benötigte. Den Untersuchungsablauf im Vor- und Nachtest mit ungefährer Sitzungsdauer zeigt Tabelle 4.

Tabelle 4: Untersuchungsablauf im Vor- und Nachtest

Vortest

1. Sitzung:

Columbia Mental Maturity Scale
Coloured Progressive Matrices

Dauer: etwa 30 Minuten

2. Sitzung:

Invarianz mit Plättchen
Invarianz mit Perlen (Umschütt-Aufgabe)
Klassifikation nach der Form und der Farbe
Multiplikation von Relationen (Röhren-Aufgabe)

Nachtest

1. Sitzung:

wie 1. Sitzung im Vortest

Dauer: etwa 20 Minuten

2. Sitzung:

1. Hälfte: wie 2. Sitzung im Vortest

kleine Pause

2. Hälfte:
Invarianz mit Plastilin
Seriation
Transitivität
Inklusion
Multiplikation von Klassen (Gitter-Aufgabe)

Für die Kinder der Dienes-Gruppe außerdem:

Unterschiedsspiel
Kettenlegen

3. Sitzung:

Die Aufgaben von der Transitivitätsaufgabe an wurden meistens in die dritte Sitzung übernommen.

Dauer der 2. und 3. Sitzung: insgesamt etwa 40 bis 70 Minuten

---

5.2 Orgnisation der Förderprogramme

Insgesamt wurde 20 Wochen lang nach dem Dienes- und Piaget-Programm gespielt und geübt. Zum Zeitplan vergleiche Tabelle 5:

Tabelle 5: Zeitplan

Vortest:	1. 12. 1971 bis 14. 1. 1972
- Förderprogramm:	17. 1. 1972 bis 31. 5. 1972
11 Wochen lang	3 Übungsstunden pro Woche
9 Wochen lang	2 Übungsstunden pro Woche
Nachtest:	5. 6. 1972 bis 7. 7. 1972

Anfänglich waren pro Woche 3 Übungsstunden von je 20 - 30 Minuten Dauer vorgesehen. Da sich diese Anzahl wegen der übrigen Kindergartenarbeit als zu groß erwies, wurden von der 12. Woche ab nur noch 2 Sitzungen pro Woche gehalten.
Aus organisatorischen Gründen (z. B. Krankheit einer Kindergärtnerin) fielen einige Stunden aus, so daß alle Gruppen etwa 45 Übungsstunden (± 2 bis 3 Stunden) insgesamt gehabt haben.

Die organisatorischen Probleme zur Durchführung der Förderprogramme mußten in jedem Kindergarten je nach seiner besonderen Struktur einzeln gelöst werden. Da die Kindergartengruppen (bis auf eine) altersheterogen zusammengesetzt waren, mußten auch die jüngeren Kinder während der Arbeit an den Förderprogrammen beaufsichtigt und sinnvoll beschäftigt werden.

Diese Schwierigkeit ließ sich in dem Kindergarten "Heessen" noch am einfachsten bewältigen. An einigen Nachmittagen wurden die älteren Kinder der jeweiligen Gruppen, die voraussichtlich im Sommer 1972 eingeschult werden sollten, zu einer "Fördergruppe" zusammengefaßt, in der vorwiegend Sprachförderung, Übungen zum bildnerischen Gestalten und andere Übungen durchgeführt wurden. In diesen "Förderunterricht" konnte unser Dienes- und Piaget-Programm aufgenommen werden. Von den vier vorhandenen "Fördergruppen" wurden zwei unsere Experimentalgruppen (Dienes- und Piaget-Gruppe) und zwei unsere Kontrollgruppen.

In dem Kindergarten "Hamm I" bestanden zwei altersheterogene Gruppen, in denen nur relativ wenig ältere Kinder vorhanden waren und eine altershomogene Gruppe, in der nur ältere Kinder, die im Sommer eingeschult werden sollten, aufgenommen worden waren. Da die altershomogene Gruppe sehr groß war (34 Kinder) wurde diese Gruppe nach den Vortestergebnissen aufgeteilt in eine Piaget- und eine Dienes-Gruppe. Beide Programme konnten jedesmal zur gleichen Zeit durchgeführt werden, da ausreichend Personal und Raum vorhanden war. Die älteren Kinder der beiden altersheterogenen Gruppen wurden zur Kontrollgruppe zusammengefaßt.

In dem Kindergarten "Hamm II" waren die Bedingungen am schlechtesten. In diesem Kindergarten wurde es so gehandhabt, daß die jüngeren Kinder mit in die Aufgaben und Übungen einbezogen wurden, wenn es der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben erlaubt.

In den anderen Fällen mußten die Kinder mit beliebtem Spielzeug beschäftigt werden, damit die Kindergärtnerin Zeit für die Arbeit mit den älteren Kindern fand.

Zu jeder Sitzung fertigten die Kindergärtnerinnen ein Kurzprotokoll an, aus dem das Lernziel, die Art der Spiele und Übungen und das dazu benutzte Material hervorging. Die Kindergärtnerinnen, die die Fördergruppen betreuten, besaßen alle eine vollständige Kindergärtnerinnenausbildung und mindestens 5 Jahre Berufserfahrung.

H. Ergebnisse

In der Darstellung der Befunde aus unserer Untersuchung werden wir zunächst auf die Testergebnisse der beiden standardisierten Tests Columbia Mental Maturity Scale (CMM) und Coloured Progressive Matrices (CPM)eingehen, die logisch schlußfolgerndes Denken und allgemeine Intelligenz messen sollen. Anschließend werden die Ergebnisse aus dem Kriteriumstest aufgezeigt, die etwas über die Grundlagen zum Zahlbegriff aussagen sollen.

1. Logisch-schlußfolgerndes Denken

Mittelwerte und Streuung der Vortest- und Nachtestergebnisse der drei Untersuchungsgruppen sind in der Tabelle 6 zusammengestellt.

Tabelle 6: Mittelwerte und Streuungen der Vortest- und Nachtestergebnisse der drei Versuchsgruppen

Test	Versuchsgruppen	Meßwerte	Vort.	Nacht.	Zuwachs Absol.	Zuwachs %
CMM	Dienes	AM	55,7	67,0	11,3	20,3
		SD	8,2	7,8	7,1	
	Piaget	AM	57,6	70,4	12,8	22,2
		SD	8,3	5,5	7,1	
	Kontroll	AM	54,7	59,0	4,3	7,9
		SD	6,8	6,0	6,1	
CPM	Dienes	AM	15,8	21,0	5,2	32,9
		SD	4,1	3,9	4,1	
	Piaget	AM	16,3	22,0	5,7	35,0
		SD	3,6	3,2	3,9	
	Kontroll	AM	15,6	16,5	0,9	5,8
		SD	3,4	3,7	3,1	

Im CMM wird der Testwert der Dienes-Gruppe von durchschnittlich 55,7 richtigen Lösungen im Vortest auf 67,0 Lösungen im Nachtest gesteigert. Das entspricht einer durchschnittlichen Leistungsverbesserung von 20,3 %. Noch etwas größer fällt der prozentuale Anstieg der Piagetgruppe aus. Die durchschnittliche Vortestleistung von 57,6 wird auf 70,4 Lösungen (Zuwachs 22,2 %) angehoben. Im Vergleich zu diesen beiden Gruppen fällt die Leistungsverbesserung der Kontrollgruppe von 7,9 % (Vortest: 54,7 Lösungen - Nachtest: 59,0 Lösungen) recht bescheiden aus. Da zwischen dem Vortest und dem Nachtest ein Zeitraum von 6 - 7 Monaten liegt, ist anzunehmen, daß diese Leistungsverbesserung allein auf den Entwicklungsfortschritt zurückzuführen ist.

Im CPM ist der prozentuale Anstieg der Testleistungen vom Vor- zum Nachtest noch größer als im CMM. Die Kinder der Dienes-Gruppe lösen im Nachtest 32,9 % mehr Aufgaben richtig als im Vortest (Vortest: 15,8 Lösungen - Nachtest: 21,0 Lösungen). Die Piaget-Gruppe verbessert ihre durchschnittliche Leistung sogar um 35 % (Vortest: 16,3 Lösungen - Nachtest: 22,0 Lösungen). Der Testwertanstieg der Kontrollgruppe beträgt dagegen nur 5,8 % (Vortest: 15,4 Lösungen - Nachtest: 16,5 Lösungen).

In den Abbildungen 25 und 26 sind die prozentualen Häufigkeiten der Vortest- (durchgezogene Linie) und der Nachtestergebnisse (gestrichelte Linie) der CMM und CPM in den drei Gruppen graphisch dargestellt.

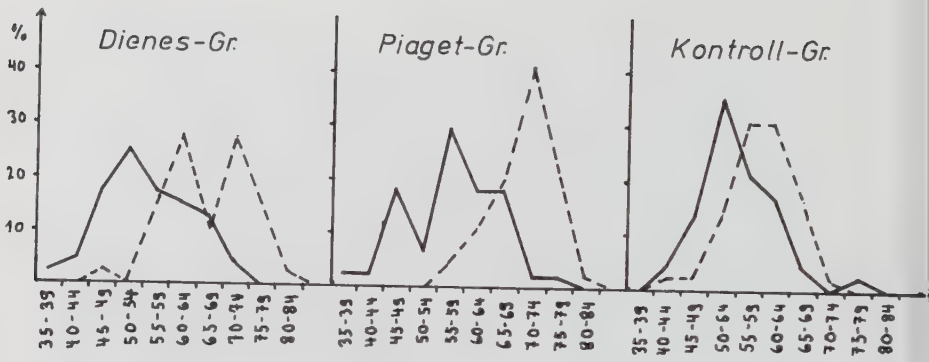


Abb. 25: Prozentuale Häufigkeiten der Vor- und Nachtestergebnisse der CMM.
durchgezogene Linie = Vortestergebnisse
gestrichelte Linie = Nachtestergebnisse

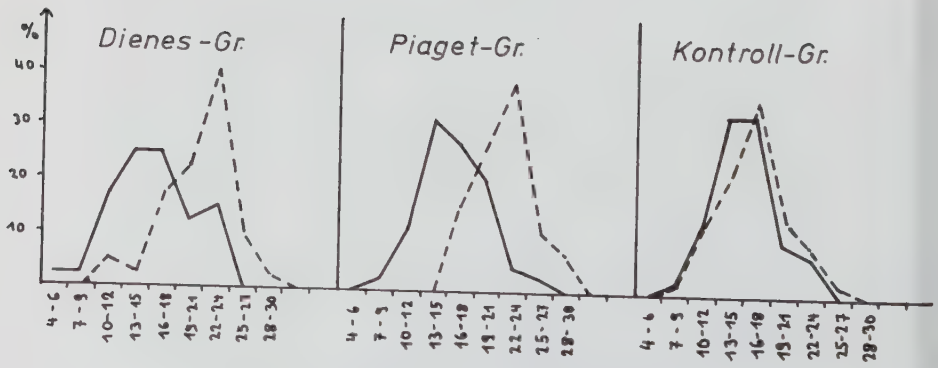


Abb. 26: Prozentuale Häufigkeiten der Vor- und Nachtestergebnisse des GPM.
durchgezogene Linie = Vortestergebnisse
gestrichelte Linie = Nachtestergebnisse

Auf der Abszisse sind die Meßwerte und auf der Ordinate die Häufigkeiten eingetragen.
In beiden geförderten Gruppen ist eine deutliche Verschiebung der Häufigkeiten von links nach rechts zu den höheren Meßwerten zu bemerken. In der Kontrollgruppe ist die Verschiebung nur geringfügig und der Polygonzug der Nachtestwerte fällt im CPM fast mit dem Polygonzug der Vortestwerte zusammen. Auffällig ist die 2-gipflige Kurve der Nachtestwerte der Dienes-Gruppe im CMM. Man könnte vermuten, daß die Anregungsbedingungen des Dienes-Programms nicht für alle Kinder dieser Gruppe gleich geeignet sind. Auf diese Frage werden wir weiter unten noch näher eingehen.

In der Dienes- und der Piaget-Gruppe ist in beiden Tests ein deutlicher Leistungsanstieg vom Vor- zum Nachtest zu bemerken.
Die statistische Überprüfung der Werte haben wir mit Hilfe der Kovarianzanalyse (Edwards, 1971, S. 369 ff) durchgeführt und die Ergebnisse in der Tabelle 7 zusammengefaßt.
Die Kovarianzanalyse überprüft, ob die Zunahme der Leistungen im Nachtest von der Höhe des Anfangszustandes (Vortest) oder der Behandlungswirkung (Piaget-, Dienes-Programm, Standardbedingungen) abhängt.
Inwieweit die Nachtestwerte von den Vortestwerten beeinflußt werden, läßt sich durch den Regressionskoeffizienten angeben. Für den CPM beträgt er $b = 0{,}4672$ und die CMM $b = 0{,}4668$. Die Differenzen zwischen den einzelnen Gruppenregressionskoeffizienten sind nicht signifikant verschieden voneinander.

Tabelle 7: Kovarianzanalyse über CMM und CPM

I. Columbia Mental Maturity Scale

1. Signifikanzprüfung der Differenzen zwischen den Gruppenregressionskoeffizienten

Variationsquelle	SAQ	FG	MQ	F	Signif.
S_3: Behandlung	77,14	2	38,57	1,35	ns
S_1: Fehler	3423,52	120			
S_2: Total	3500,66	122			

2. Signifikanzprüfung der Behandlungsmittelwerte

Variationsquelle	SAQ	FG	MQ	F	Signif.
S_5: Behandlung	2270,96	2	1135,48	39,57	ss
S_2: Fehler	3500,66	122	28,69		
S_4: Total	5771,62	124			

II. Coloured Progressive Matrices

1. Signifikanzprüfung der Differenzen zwischen den Gruppenregressionskoeffizienten

Variationsquelle	SAQ	FG	MQ	F	Signif.
S_3: Behandlung	37,31	2	18,65	1,87	ns
S_1: Fehler	1195,27	120	9,96		
S_2: Total	1232,58	122			

2. Signifikanzprüfung der Behandlungsmittelwerte

Variationsquelle	SAQ	FG	MQ	F	Signif.
S_5: Behandlung	661,59	2	330,79	32,75	ss
S_2: Fehler	1232,58	122	10,10		
S_4: Total	1894,17	124			

Die Regressionslinien verlaufen innerhalb der Stichprobenfehlergrenzen parallel. Die Differenz zwischen den Nachtestwerten läßt sich also durch die Vortestwerte nicht erklären. Damit ist die Voraussetzung für die Überprüfung der Gruppenmittelwerte gewährleistet.
Bei beiden Tests ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Auswirkungen der drei verschiedenen Behandlungsbedingungen zufällig sind, geringer als 1 %.

Außerdem haben wir mit Hilfe des t-Tests und Duncan-Tests überprüft, ob sich die Mittelwerte der drei verschiedenen Gruppen im Nachtest unterscheiden. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 8 zusammengestellt.

Tabelle 8: Signifikanzprüfungen über die Nachtestergebnisse

Test	Gruppen	Stat.Verf.	Prüfgröße	Sign.
CPM	Dienes/Kontr.	t-Test	t=5;31; df=80	ss
	Piaget/Kontr.	Duncan-Test	D=7,37; df=84	ss
	Dienes/Piaget	t-Test	t=1,32; df=82	ns
CMM	Dienes/Kontr.	t-Test	t=5,18; df=80	ss
	Piaget/Kontr.	Duncan-Test	D=9,23; df=84	ss
	Dienes/Piaget	t-Test	t=2,35; df=82	s

Sowohl im CPM als auch in der CMM unterscheiden sich die Dienes- und die Piaget-Gruppe signifikant von der Kontrollgruppe. Zwischen der Dienes- und der Piaget-Gruppe besteht nur im CMM ein statistisch gesicherter Unterschied auf dem 5 %-Niveau, in der CPM dagegen nicht.

Wir können also zunächst einmal festhalten, daß sowohl das Dienes- als auch das Piaget-Programm das logisch-schlußfolgernde Denken, wie es von den Coloured Progressive Matrices und der Columbia Mental Maturity Scale gemessen wird, in sehr signifikanter Weise verändert haben. Die Verbesserung ist in der Dienes- und der Piaget-Gruppe etwa gleich hoch. Die Steigerungsrate der Kontrollgruppe fällt dagegen kaum ins Gewicht. Sie ist nicht größer, als normalerweise durch den Entwicklungsfortschritt zu erwarten ist.

Testwertquartile: Zu fragen ist nun, ob alle Kinder in gleicher Weise von den Anregungen beider Förderprogramme einen Gewinn gehabt haben, oder ob innerhalb der vier Quartilsbereiche ein Unterschied festzustellen ist. In der Tabelle 9 sind die durchschnittlichen Vortest- und Nachtestergebnisse aus der CMM und dem CPM nach den vier Testwertquartilen aufgeteilt. Zur Verdeutlichung sind die Ergebnisse in den Abbildungen 27 und 28 graphisch dargestellt.

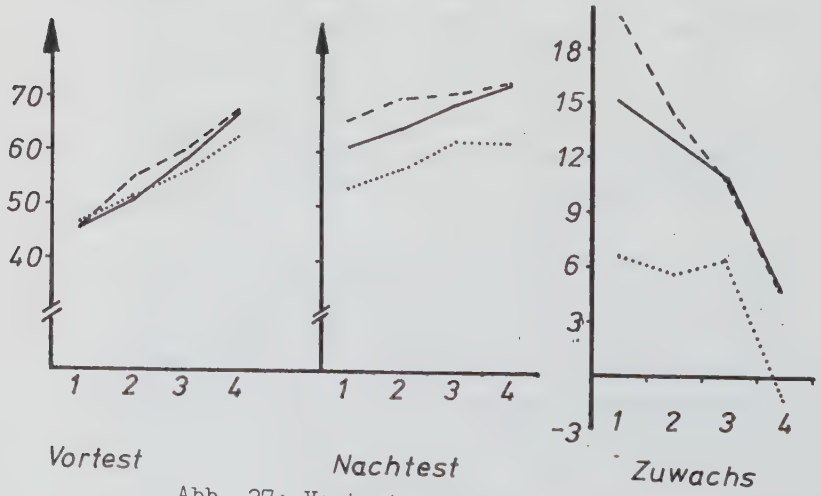


Abb. 27: Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachs aus der CMM, aufgeteilt nach den 4 Testwertquatilen. Zeichen: ——— = Dienes-G, - - - = Piaget-G, ... = Kontroll-Gruppe

Tabelle 9: Mittelwerte und Streuungen der Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachsraten in der CMM und dem CPM, aufgeteilt nach Testwertquartilen

Test	Testwert-quart.	Meß-werte	Diénes - Gruppe				Piaget - Gruppe				Kontroll - Gruppe			
			Vor-test	Nach-test	Zuwachs absol.	Zuwachs %	Vor-test	Nach-test	Zuwachs absol.	Zuwachs %	Vor-test	Nach-test	Zuwachs absol.	Zuwachs %
CMM	1.Qu.	AM	46,1	61,2	15,1	32,7	46,3	66,1	19,8	42,8	47,2	53,9	6,7	14,2
		SD	3,6	7,2	6,2		3,4	5,7	6,9		2,5	5,6	6,o	
	2.Qu.	AM	51,6	64,7	13,1	25,4	55,8	7o,2	14,4	25,7	51,8	57,4	5,6	1o,7
		SD	1,8	5,7	5,3		1,4	4,9	4,7		o,9	5,2	4,5	
	3.Qu.	AM	58,4	69,3	1o,9	18,7	6o,5	71,3	1o,8	17,9	56,1	62,5	6,4	11,3
		SD	2,4	7,9	7,2		1,9	4,o	4,2		2,o	4,1	3,8	
	4.Qu.	AM	67,7	72,6	4,9	7,2	67,9	72,8	4,9	7,2	63,3	62,o	-1,3	-2,o
		SD	5,o	6,3	6,o			4,3	3,5		4,9	3,9	5,5	
CPM	1.Qu.	AM	1o,8	19,9	9,1	84,5	12,o	2o,o	8,o	66,8	11,5	15,1	3,5	3o,4
		SD	2,o	3,4	3,8		1,5	3,2	3,8		1,4	3,5	3,6	
	2.Qu.	AM	14,2	19,5	5,3	37,6	14,8	22,8	8,o	53,7	14,6	15,4	1,o	6,8
		SD	o,9	2,5	2,8		o,8	2,4	2,1		o,8	3,3	3,3	
	3.Qu.	AM	16,9	19,2	2,3	13,6	17,4	21,9	4,5	26,o	16,6	17,5	o,9	5,4
		SD	1,1	2,6	1,2		o,8	2,o	2,2		o,7	2,o	1,9	
	4.Qu.	AM	21,1	24,8	3,7	17,3	2o,9	23,4	2,5	12,o	2o,2	19,8	-o,4	-2,1
		SD	1,6	2,3	2,o		2,1	3,6	3,7		2,2	2,2	2,1	

Auf der Abszisse sind die Quartile und auf der Ordinate die Meßwerte (Mittelwert aus dem Vortest Abb. a), aus dem Nachtest (Abb. b) und die Differenz zwischen den Mittelwerten (Abb. c)) abgetragen. Die Kurven der Vortest- und Nachtestergebnisse unterscheiden sich deutlich voneinander. Im Vortest liegen die Werte der drei verschiedenen Gruppen sehr dicht beieinander, im Nachtest sind sie dagegen deutlich voneinander getrennt.

Untersuchen wir zunächst die Ergebnisse aus der CMM (Abb. 27). Die Nachtestergebnisse der Dienes- und Piaget-Gruppe liegen im 3. und 4. Quartil sehr dicht beieinander (Abb. 27b), im 1. und 2. Quartil beträchtlich über denen der Dienes-Gruppe. In Abb. 27 c ist zu sehen, daß der Zuwachs der Piaget-Gruppe im 1. Quartil erheblich, im zweiten etwas über dem der Dienes-Gruppe liegt und im 3. und 4. Quartil mit dem der Dienes-Gruppe zusammenfällt. Die Anregungsbedingungen des Piaget-Programms sind also aufgrund der Ergebnisse in der CMM für die leistungsschwächeren Kinder im 1. und 2. Quartil besser geeignet. Für die leistungsstärkeren Kinder im 3. und 4. Quartil besteht dagegen kein Unterschied zwischen den Programmen.

Das Piaget-Programm bewirkt außerdem einen größeren Ausgleich zwischen den beiden Extrem-Gruppen (1. Quartil und 4. Quartil) als das Dienes-Programm (vgl. Tabelle 9). In der Dienes-Gruppe wird der Mittelwert-Unterschied zwischen den beiden Extremgruppen von 21,6 im Vortest auf 11,4 im Nachtest reduziert, in der Piaget-Gruppe sogar von 21,6 auf 6,7 Lösungen.

Das heißt, daß sich das Leistungsniveau der schwächeren Kinder der Piaget-Gruppe eher dem Niveau der besseren Kinder angeglichen hat als in der Dienes-Gruppe. Wir haben bereits festgestellt, daß in der CMM zwischen der Dienes- und der Piaget-Gruppe im Nachtest ein signifikanter Unterschied besteht (vgl. Tab. 8, Zeile 6). Da der Leistungszuwachs zwischen der Dienes- und der Piaget-Gruppe sich nur im 1. Viertel wesentlich unterscheidet, ist der signifikante Unterschied auf den verschieden großen Anstieg im 1. Quartil zurückzuführen. Wir müssen uns jetzt fragen, ob wir diese Befunde auch im CPM finden?

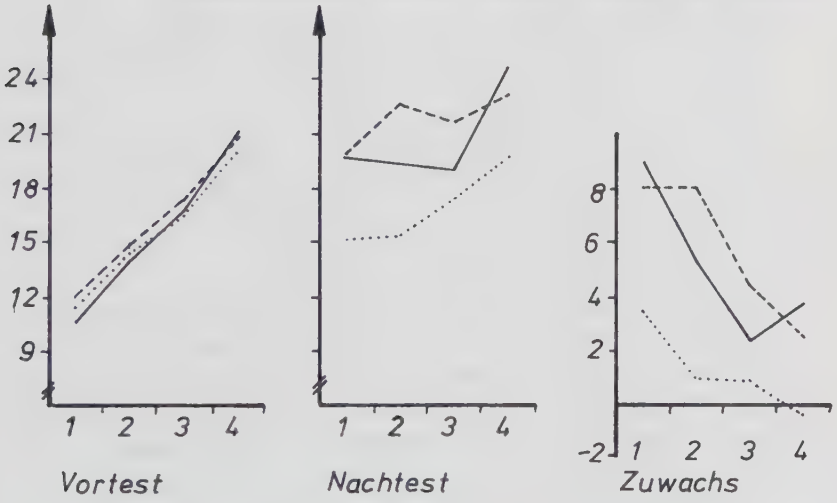


Abb. 28: Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachs aus dem CPM, aufgeteilt nach den vier Testwertquartilen: Zeichen: ——— = Dienes-Gruppe, - - - - = Piaget-Gruppe, ····· = Kontroll-Gruppe

Die Nachtestergebnisse der Dienes-Gruppe liegen im 1. bis 3. Quartil auf dem gleichen Niveau (1. Quartil = 19,9; 2. Quartil = 19,5; 3. Quartil = 19,2 Lösungen) und steigen im 4. Quartil an (auf 24,8 Lösungen). In der Piaget-Gruppe bildet sich dagegen ein Plateau im 2. bis 4. Quartil (2. Quartil = 22,8, 3. Quartil = 21,9, 4. Quartil = 23,4 Lösungen).
Nimmt man die Kurve über die Zuwachsrate vom Vor- zum Nachtest (Abb. 28 c) hinzu, so bemerkt man, daß im 2. und 3. Quartil der Zuwachs der Piaget-Gruppe größer ist als der der Dienes-Gruppe. Im 1. und 4. Quartil ist es umgekehrt. Von dem Dienes-Programm haben demnach die beiden Extremgruppen (1. und 4. Quartil), von dem Piaget-Programm dagegen die beiden mittleren Gruppen (2. und 3. Quartil) profitiert. Der größte Unterschied im Leistungszuwachs besteht bei den Kindern des 2. Quartils (Dienes-Gruppe: 5,3 - Piaget-Gruppe: 8,0).

Der in der CMM beobachtete Befund, daß die leistungsschwächeren Kinder von dem Piaget-Programm einen größeren Gewinn haben als die entsprechende Gruppe der Dienes-Gruppe, konnte nicht voll in dem CPM bestätigt werden. Jedoch können wir zumindest eine Tendenz in dieser Richtung aufzeigen. Zu beachten ist in der Dienes-Gruppe die höhere Steigerungsrate der Kinder des 4. Quartils gegenüber den Kindern des 3. Quartils, obwohl das Ausgangsniveau der Kinder des 4. Quartils im Vortest erheblich über dem der Kinder des 3. Quartils liegt. Nimmt man noch die Kurve der Nachtestwerte (Abb. 28b) hinzu, so bemerkt man, daß allein die Kinder des 4. Quartils die entsprechende Gruppe in der Piaget-Gruppe übertreffen. Aufschluß geben auch die Streuungen.

Die Kinder des 4. Quartils der Piaget-Gruppe erreichen eine durchschnittliche Zuwachsrate von 2,5 Lösungen. Da die Streuung mit 3,7 jedoch größer ist als der Mittelwert, müssen einige Kinder im Nachtest eine niedrigere Leistung gebracht haben als im Vortest. In der Dienes-Gruppe sind die Ergebnisse bei der entsprechenden Leistungsgruppe umgekehrt. Die Kinder erreichen eine mittlere Zuwachsrate von 3,7 und eine Streuung von 2,0 Lösungen. Wenn sich die Befunde auch nicht eindeutig belegen lassen, so können wir doch von der Tendenz sprechen, daß sich das Piaget-Programm eher für die leistungsschwächeren Kinder, das Dienes-Programm eher für die leistungsstärkeren Kinder eignet.

Zu beachten sind noch die negativen Zuwachsraten der Kinder des 4. Quartils der Kontrollgruppe sowohl in der CMM als auch in dem CPM. Die Kinder mit den höchsten Vortestwerten sind nicht in der Lage, im Nachtest ihre Vortestleistungen zu wiederholen. Die normale Kindergartenbeschäftigung hat diesen Kindern nicht genügend Anregung zur Weiterentwicklung gegeben. Die einzige deutliche Verbesserung findet bei den Kindern des 1. Quartils in dem CPM statt (30,9 %).

Geschlechter: Um zu überprüfen, ob das Geschlecht der Kinder einen systematischen Einfluß auf die Vortest- oder Nachtestergebnisse ausübt, setzen wir die Ergebnisse der Jungen denen der Mädchen gegenüber. Tabelle 10 gibt die durchschnittlichen Vortest- und Nachtestergebnisse aus der CMM und dem CPM an, aufgeteilt nach den Jungen und Mädchen der drei Versuchsgruppen.

Tabelle 10: Durchschnittliche Vor- und Nachtest-ergebnisse in der Columbia Mental Maturitiy Scale (CMM) und den Coloured Progressive Matrices (CPM) aufgeteilt nach Geschlechtern

Test	Geschl.	Dienes-Gruppe			Piaget-Gruppe			Kontroll-Gr		
		N	Vort.	Nacht.	N	Vort.	Nacht.	N	Vort.	Nacht
CMM	Jungen	18	55,1	65,1	25	58,3	70,7	24	56,0	60,5
	Mädch.	22	56,2	68,5	19	56,8	70,0	18	53,1	57,0
CPM	Jungen	18	15,1	20,2	25	16,0	22,8	24	15,8	17,1
	Mädch.	22	16,3	21,6	19	16,6	21,0	18	15,3	15,8

Die Mittelwerte der Jungen und Mädchen liegen sowohl im Vor-, als auch im Nachtest in allen drei Gruppen und beiden Tests sehr dicht beieinander. Die statistische Überprüfung mit Hilfe der t-Tests, die in der Tabelle 11 zusammengefaßt ist, ergibt für keine der überprüften Gruppen einen statistisch bedeutsamen Unterschied.

Tabelle 11: Statistische Überprüfung der Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Jungen und Mädchen mit Hilfe des t-Tests.

	Test	überprüfte Gruppen	stat.Prüfgrößen	Sig.
Vortest	CMM	alle Jungen/alle Mädch.	t=1,14; df=124	ns
	CPM	alle Jungen/alle Mädch.	t=1,91; df=124	ns
Nacht.	CMM	Jung./Mädch.d.Dienes-G.	t=1,40; df=38	ns
	CPM	" " "	t=1,14; df=38	ns
	CMM	Jung./Mädch.d.Piaget-G.	t=0,40; df=42	ns
	CPM	" " "	t=1,91; df=42	ns
	CMM	Jung./Mädch.d.Kontroll-G	t=1,94; df=40	ns
	CPM	" " "	t=1,24; df=40	ns

Alter: Um die Frage zu überprüfen, ob das Alter einen Einfluß auf den Lernzuwachs gehabt hat, haben wir die Produkt-Moment-Korrelation zwischen dem Alter der Kinder und der Leistungsverbesserung vom Vor- zum Nachtest errechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 12 aufgezeigt.

Tabelle 12: Produkt-Moment-Korrelation zwischen dem Alter der Kinder und der Leistungsverbesserung vom Vor- zum Nachtest

Dienes-Gruppe	CMM	r = 0,096
	CPM	r = 0,206
Piaget-Gruppe	CMM	r = 0,075
	CPM	r = 0,134

Sowohl in der Dienes- als auch in der Piaget-Gruppe besteht im CPM eine engere Beziehung zwischen dem Alter und dem Zuwachs als in der CMM. Doch sind alle Korrelationen niedrig und statistisch unbedeutend.

In der Tabelle 13 sind die Vor- und Nachtestergebnisse und die Zuwachsraten der vier Altersbereiche (5;0 bis 5;4 Jahre, 5;5 bis 5;8 Jahre, 5;9 bis 6;0 Jahre, 6;1 bis 6;5 Jahre) wiedergegeben und die prozentualen Zuwachsraten in der Abb. 29 graphisch dargestellt.

Wie Abb. 29 deutlich macht, besteht vor allem zwischen den jüngsten Kindern (5;0 bis 5;4 Jahre) der Dienes- und der Piaget-Gruppe sowohl in der CMM als auch im CPM ein deutlicher Unterschied.

Tabelle 13: Mittelwerte und Streuungen der Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachsraten in der CMM und dem CPM, aufgeteilt nach Altersbereichen

Test	Altersbereiche	Meßwerte	Diènes - Gruppe				Piaget - Gruppe				Kontroll - Gruppe			
			Vortest	Nachtest	Zuwachs absol.	Zuwachs %	Vortest	Nachtest	Zuwachs absol.	Zuwachs %	Vortest	Nachtest	Zuwachs absol.	Zuwachs %
CMM	5;o-5;4	AM	54,9	63,3	8,4	15,4	57,8	72,o	14,2	24,6	54,4	57,9	3,5	6,4
		SD	9,4	9,1	3,7		5,9	1,2	5,6		5,7	7,8	6,7	
	5;5-5;8	AM	54,7	65,8	11,1	2o,2	56,5	68,5	12,o	21,2	59,3	58,7	-o,6	-1,o
		SD	7,2	7,6	8,4		9,7	7,9	5,9		8,5	5,o	7,4	
	5;9-6;o	AM	57,4	7o,3	12,9	22,4	57,7	7o,5	12,8	22,1	53,6	59,9	6,3	11,8
		SD	12,6	7,9	7,9		7,8	3,9	8,9		6,7	5,o	2,5	
	6;1-6;5	AM	56,1	68,5	12,4	22,1	59,o	72,o	13,o	22,o	53,9	59,o	5,1	9,7
		SD	6,2	7,1	6,5		9,5	5,o	6,5		6,7	6,3	5,2	
CPM	5;o-5;4	AM	16,7	18,o	1,3	7,7	15,6	2o,6	5,o	32,1	14,6	15,2	o,6	4,1
		SD	2,6	5,o	3,8		4,4	3,3	2,5		4,4	3,3	3,4	
	5;5-5;8	AM	15,3	21,1	5,9	38,5	16,4	21,9	5,5	33,8	16,7	18,7	2,o	12,o
		SD	4,3	2,4	3,9		4,2	2,1	3,8		4,2	4,o	3,7	
	5;9-6;o	AM	14,7	21,1	6,4	43,8	16,8	21,9	5,1	26,7	15,o	16,o	o,5	3,3
		SD	4,5	2,8	3,2		3,7	3,1	4,8		2,6	4,6	3,4	
	6;1-6;5	AM	17,o	23,2	6,2	36,5	15,6	23,3	7,7	49,3	16,4	17,4	1,o	6,1
		SD	4,4	4,7	4,o		2,1	4,3	3,5		3,1	3,o	2,6	

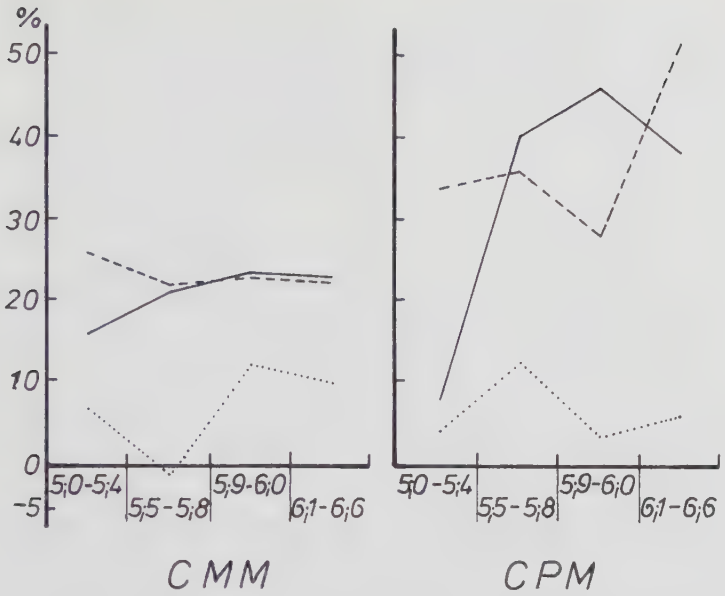


Abb. 29: Zuwachsraten vom Vor- zum Nachtest in der CMM und dem CPM aufgeteilt nach Altersbereichen. Zeichen: ____ = Dienes-Gruppe, ---- = Piaget-Gruppe, ... =Kontroll-Gruppe.

In der CMM steigern die jüngsten Kinder der Dienes-Gruppe ihre Leistungen um 15,4 %, die Kinder der Piaget-Gruppe um 24,6 %. Im CPM wird der Unterschied noch deutlicher. Die Kinder der Dienes-Gruppe zeigen vom Vor- zum Nachtest einen Lerngewinn von 7,7 %, die Kinder der Piaget-Gruppe von 32,1 %. Die übrigen Altersbereiche liegen in der CMM sehr dicht beieinander und erreichen fast ein gleiches Niveau von 20 bis 22 %.

Im CPM zeigen die ersten drei Altersbereiche (5;0 bis 6;0 Jahre) der Piaget-Gruppe eine ähnliche Zuwachsrate von etwa 30 %. Die ältesten Kinder haben eine deutlich höhere Zuwachsrate von nahezu 50 %. In der Dienes-Gruppe liegen die Zuwachsraten der letzten drei Altersbereiche (5;5 bis 6;5 Jahre) auf einem ähnlichen Niveau von etwa 40 %. Es liegt damit deutlich über dem der jüngsten Kinder.

Wir können also sagen, daß die jüngsten Kinder (bis etwa 5;4 Jahre) eher vom Piaget-Programm gefördert werden können, als vom Dienes-Programm. Das Piaget-Programm scheint für jüngere und ältere Kinder geeignet zu sein, das Dienes-Programm erst ab 5;5 Jahren.

Zu beachten ist noch die besonders hohe Steigerungsrate der 6;1 bis 6;5-jährigen Kinder der Piaget-Gruppe im CPM. Diese Kinder haben mit den jüngsten Kindern den niedrigsten Vortestwert von durchschnittlich 15,6 Lösungen. Im Nachtest erreichen sie dagegen den höchsten Mittelwert von 23,3 richtigen Lösungen. Es ist anzunehmen, daß diesen ältesten Kindern der Kindergartengruppen die normale Kindergartenbeschäftigung keine angemessenen Aufgaben mehr bieten konnte. Von den neuen Aufgaben des Piaget-Programms sind die Kinder dann wieder gefördert worden.

Soziale Gruppen: Wir werden uns nun der Frage zuwenden, ob die soziale Herkunft der Kinder einen Einfluß auf die Vortestleistungen und den Leistungszuwachs infolge der Übungsprogramme ausübt. Tabelle 14 gibt die Vortestleistungen der drei verschiedenen sozialen Gruppen wieder.

Tabelle 14: Durchschnittliche Vortestleistungen im CMM und CPM, aufgeteilt nach den drei Berufsgruppen der Väter (1=Arbeiter und Handwerker; 2= Angestellte und Beamte; 3=Unternehmer, höhere Beamte und Akademiker)

		1	2	3
CMM	AM	54,1	57,8	57,2
	SD	7,6	7,4	8,3
CPM	AM	15,2	16,3	16,7
	SD	3,8	3,3	3,7

Da die Mittelwerte der Gruppen 2 (Angestellte und Beamte) und 3 (Unternehmer und Akademiker) fast gleich sind, haben wir diese beiden Gruppen zusammengefaßt und den Mittelwert der Kinder dieser Gruppen mit dem der Gruppe 1 (Arbeiter und Handwerker) verglichen. Die Signifikanzprüfung ergibt sowohl für die CMM ($t = 2,45$; $df = 124$; s) als auch den CPM ($t = 1,96$; $df = 124$; s) einen bedeutsamen Unterschied.
Kinder von Arbeitern und Handwerkern zeigen also signifikant schlechtere Vortestleistungen als Kinder von Angestellten, Beamten, Unternehmern und Akademikern. Zu fragen ist jetzt, ob der unterschiedliche Anregungsgehalt beider Förderprogramme sich unterschiedlich auf die drei verschiedenen Gruppen auswirkt.

Wie aus der Abbildung 30 und der Tabelle 15 entnommen werden kann, zeigen die Arbeiter- und Handwerkerkinder beider geförderten Gruppen sowohl in der CMM als auch im CPM einen größeren Leistungsanstieg als die Kinder der anderen beiden sozialen Gruppen.

Tabelle 15: Durchschnittliche Vortest- und Nachtestleistungen im CMM und CPM, aufgeteilt nach drei Berufsgruppen der Väter

Test	Versuchsgruppen	Berufsgruppen	Vort.	Nacht.	Zuwachs absolut	Zuwachs %
CMM	Dienes-Gruppe	1	52,9	65,5	12,6	23,9
		2	55,9	64,4	8,5	15,3
		3	59,1	69,9	10,8	18,2
	Piaget-Gruppe	1	55,9	70,1	14,2	25,5
		2	59,5	70,9	11,4	19,2
		3	58,6	70,0	11,4	19,4
	Kontroll-Gruppe	1	53,2	57,1	3,9	7,4
		2	57,4	61,6	4,2	7,4
		3	54,2	59,1	4,9	9,0
CPM	Dienes-Gruppe	1	13,8	19,7	5,9	43,1
		2	16,2	21,0	4,8	29,5
		3	18,3	22,9	4,6	25,1
	Piaget-Gruppe	1	15,7	22,0	6,3	40,0
		2	16,9	22,8	5,9	34,8
		3	16,8	20,8	4,0	23,9
	Kontroll-Gruppe	1	15,8	16,5	0,7	4,3
		2	15,7	16,2	0,5	3,4
		3	15,1	16,9	1,8	11,9

In der Dienes-Gruppe erreichen die Kinder der Gruppe 1 in der CMM eine Leistungssteigerung von 23,9 % (gegenüber 15,3 % und 18,2 % der Gruppen 2 und 3) im CPM sogar von 43, 1 % (gegenüber 29,5 % und 25,1 % der Gruppen 2 und 3), in der Piaget-Gruppe ist die Höhe der Leistungssteigerung der Kinder von Arbeitern und Handwerkern ähnlich der der Dienes-Gruppe: im CMM 25,5 % gegenüber

19,2% und 19,4%, im CPM 40,0% gegenüber 34,8% und 23,9%.

Zu beachten ist die gegenläufige Tendenz in der Kontrollgruppe (vgl. Abb. 3o). Hier liegt die Zuwachsrate der Kinder der sozialen Gruppe 3 höher als die der beiden anderen Gruppen.

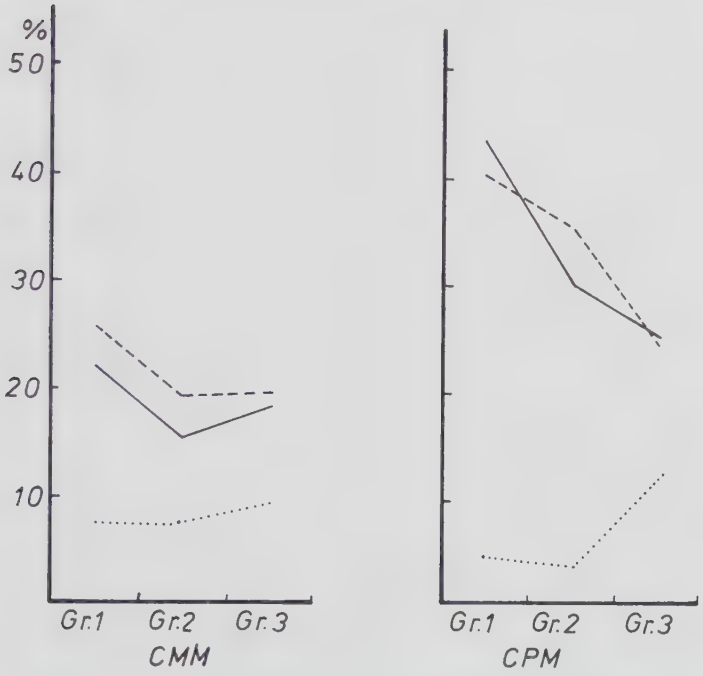


Abb. 3o: Zuwachsrate vom Vor- zum Nachtest im CMM und CPM, aufgeteilt nach den Berufen der Väter.

Durch beide Förderprogramme lassen sich also die Unterschiede in der Testleistung innerhalb der drei verschiedenen sozialen Gruppen ausgleichen.

Kindergartengruppen: Der Einfluß auf den Leistungsstand der Kinder, welcher von der Qualität der Anregungsbedingungen der Kindergärtnerinnen ausgeht, kann aus der Tabelle 16 entnommen werden, in der die Mittelwerte und Streuungen der Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachsraten der neuen Kindergartengruppen zusammengestellt sind.

Zunächst ist von Bedeutung, ob bereits vor Beginn der Förderprogramme Unterschiede im Leistungsniveau der Kinder festzustellen sind, die der erzieherischen Qualität der Kindergärtnerinnen zuzuschreiben ist. Bei einem Vergleich der Vortestergebnisse läßt sich diese Frage eindeutig positiv beantworten. Im CPM und in der CMM liegen die Mittelwerte aus dem Vortest bei allen Kindergartengruppen, mit Ausnahme der Dienes- und der Piaget-Gruppe des Kindergartens Hamm I, auf einer ähnlichen Höhe. Diese beiden Gruppen, die vor Durchführung des Experimentes und außerhalb der Übungen zu den Förderprogrammen von einer Kindergärtnerin betreut wurden, erreichen mit 17,5 bzw. 17,6 im CPM und 60,0 bzw. 62,2 Lösungen in der CMM einen beträchtlich höheren Vortestwert als die Kinder der anderen Kindergartengruppen. Es läßt sich also zumindest an diesem Beispiel nachweisen, daß auch ohne Förderung durch eines unserer Programme ein hohes Leistungsniveau erreicht werden kann, wenn die Qualität der Anregungsbedingungen, die von der Kindergärtnerin ausgehen, hoch ist.

Wir haben gesehen, daß der durchschnittliche Leistungsstand der Kinder durch die Förderprogramme deutlich angehoben werden kann, doch reicht allein die Durchführung eines Programms nicht aus. Es kommt auf die Art und Weise an, in der die Kindergärtnerinnen die Anregungen der Programme in die Praxis umsetzen. Dieses zeigt sich deutlich an der Dienes-Gruppe des Kindergartens Heessen. Diese Gruppe erreicht im Vortest des CPM einen Mittelwert,

Tabelle 16: Mittelwert und Streuung der Vortest- und Nachtestergebnisse und der Zuwachsraten in der Columbia Mental Maturity Scale (CMM) und den Coloured Progressive Matrices (CPM), aufgeteilt nach Kindergartengruppen

Test	Versuchsgruppen	Kinderg. gruppen	Meßwerte	Vort.	Nacht.	Zuwachs absolut	Zuwachs %
CPM	Dienes-Gruppe	Heessen	AM	15,8	18,9	3,1	19,6
			SD	3,7	4,7	5,4	
		Hamm I	AM	17,5	21,9	4,4	25,1
			SD	3,7	4,3	3,1	
		Hamm II	AM	13,8	21,0	7,2	52,2
			SD	4,0	2,5	3,7	
	Piaget-Gruppe	Heessen	AM	16,0	21,4	5,4	33,8
			SD	2,5	3,2	3,1	
		Hamm I	AM	17,6	22,4	4,8	27,3
			SD	4,2	3,8	4,8	
		Hamm II	AM	14,9	22,2	7,3	49,0
			SD	3,2	2,4	3,1	
	Kontroll-gruppe	Heessen	AM	15,6	17,0	1,4	9,0
			SD	3,5	4,3	3,7	
		Hamm I	AM	15,8	16,1	0,3	1,9
			SD	2,1	2,8	3,3	
		Hamm II	AM	15,5	16,1	0,6	3,9
			SD	4,2	3,5	2,0	
CMM	Dienes-Gruppe	Heessen	AM	52,6	60,3	7,7	14,6
			SD	10,5	8,3	5,7	
		Hamm I	AM	60,0	70,5	10,5	17,5
			SD	7,9	7,1	7,1	
		Hamm II	AM	52,5	66,5	14,0	26,7
			SD	5,2	6,3	6,0	
	Piaget-Gruppe	Heessen	AM	54,8	67,9	13,1	23,9
			SD	8,9	5,7	6,5	
		Hamm I	AM	62,2	71,5	9,3	15,0
			SD	8,4	5,7	8,4	
		Hamm II	AM	54,7	71,3	16,6	30,3
			SD	5,2	4,5	3,1	
	Kontroll-Gruppe	Heessen	AM	55,9	59,4	3,5	6,3
			SD	7,7	5,1	6,8	
		Hamm I	AM	52,6	58,8	6,2	11,8
			SD	6,0	8,8	8,8	
		Hamm II	AM	54,5	58,6	4,1	7,5
			SD	5,9	5,4	3,6	

der deutlich über dem der Dienes-Gruppe des Kindergartens Hamm II liegt und in der CMM mit diesem fast gleich ist. Die Nachtestwerte dieser vier Gruppen unterscheiden sich jedoch beträchtlich. Die Kinder der Dienes-Gruppe des Kindergartens Heessen erreichen in beiden Tests Mittelwerte, die deutlich unter denen der Dienes-Gruppen der beiden anderen Kindergärten und sämtlicher Piaget-Gruppen liegt. Die prozentuale Zuwachsrate fällt z. B. mit 19,6 % im CPM im Vergleich zur Dienes-Gruppe des Kindergartens Hamm II mit 52,2 % recht bescheiden aus. Die hohen Streuungen (CPM: AM = 18,9, SD = 4,7; CMM: AM = 60,3, Sd = 8,3) weisen darauf hin, daß nur wenig Kinder in dieser Gruppe aufgrund des Förderprogramms ihre Leistung steigern konnten.

Auffallend ist nun, daß diese Gruppe von einer Kindergärtnerin betreut wurde, die große Schwierigkeiten mit der Durchführung des Dienes-Programms hatte. Als einzige der sechs Kindergärtnerinnen, die die Förderprogramme durchführten, klagte sie häufig über mangelndes Interesse und fehlende Lernbereitschaft der Kinder. Obwohl wir mit ihr mehrmals die methodischen Möglichkeiten des Dienes-Programms besprochen und einzelne Übungen vorbereitet haben, gelang es ihr nicht, die Kinder für die Übungen mit Logischen Blöcken, in einem ausreichenden Maße zu interessieren.

Ein dritter Befund ist ebenfalls von Bedeutung: Vier Kindergartengruppen erreichen trotz eines unterschiedlichen Ausgangsniveaus (Vortestleistungen) nach Abschluß der Förderprogramme ein fast gleich hohes Niveau. Die Dienes- und die Piaget-Gruppen der Kindergärten Hamm I und Hamm II unterscheiden sich im Vortest des CPM und der CMM beträchtlich. (Vgl. Tab. 16) Im Nachtest erreichen sie, mit Ausnahme der Dienes-Gruppe des Kindergartens Hamm II in der CMM, einen Mittelwert,

der fast gleich ist. Neben anderen möglichen Ursachen bietet sich als Erklärung für den auffallenden Leistungsanstieg der geförderten Kinder des Kindergartens Hamm II folgendes an: Wie wir weiter oben gesehen haben (vgl. Tab. 3) sind in diesem Kindergarten vorwiegend Kinder von Arbeiter- und Handwerkerfamilien (soziale Gruppe 1) anzutreffen. Das Leistungsdefizit, das vermutlich auf eine an Anregungsbedingungen ärmere häusliche Umgebung zurückzuführen ist, konnte nicht durch die übliche Kindergartenbeschäftigung, wohl aber durch den Anregungsgehalt der neuen Aufgaben der beiden Programme behoben werden.

Diese Ergebnisse sind in dreifacher Hinsicht von Bedeutung:

1.) Sie zeigen das strukturelle Niveau an, das erreicht werden kann, wenn es den Kindergärtnerinnen gelingt, die Anregungen, die die Förderprogramme bieten, in die Praxis umzusetzen.
2.) Sie zeigen, daß ein deutlicher Leistungsunterschied, der vor der Durchführung der Programme bestehen kann, ausgeglichen wird.
3.) Sie zeigen, welche Bedeutung der Qualität der Anregungsbedingungen der Kindergärtnerinnen beigemessen werden muß.

2. Grundlagen zum Erwerb des Zahlbegriffs

2.1 Invarianzaufgaben

Wir haben allen Kindern insgesamt drei verschiedene Invarianzaufgaben gegeben. Von der Plättchen- und Perlenaufgabe liegen Vortest- und Nachtestergebnisse vor, von der Plastilin-Aufgabe nur Nachtestergebnisse.

2.1.1 Invarianz mit Plättchen

In der Tabelle 17 sind die Vor- und Nachtestergebnisse der 3 verschiedenen Gruppen in prozentualen Häufigkeiten wiedergegeben. Die Tabelle ist folgendermaßen zu lesen: Im Vortest gehören 27,5 % der Dienes-Gruppe zum Stadium I; diese Kinder haben nur 0 oder 1 Veränderung richtig beurteilt. 17,5 % zählen zum Stadium II; diese Kinder haben 2 oder 3 Veränderungen richtig beurteilt. 55 % gehören dem Stadium III an, sie haben alle 4 Veränderungen richtig beurteilt und angemessene Begründungen für ihr Invarianzurteil abgegeben.

Tabelle 17: Invarianz mit Plättchen

		Vortest			Nachtest		
	N	St.I	St.II	St.III	St.I	St.II	St.III
Dienes-G	40	27,5%	17,5%	55,0%	30,0%	7,5%	62,5%
Piaget-G	44	27,3%	25,0%	47,7%	13,6%	4,5%	81,9%
Kontroll	42	38,0%	28,7%	33,3%	42,9%	14,2%	42,9%
Σ	126	31,0%	23,8%	45,2%			

Da es uns vorwiegend um die Frage geht, ob die Zahl der vollständig richtigen Invarianzurteile (Stadium III) durch die Förderprogramme im Vergleich zur Kontrollgruppe beeinflußt wird, bilden wir die beiden Alternativklassen: vollständige Invarianz versus unvollständige oder keine Invarianz. Wir fassen also die Häufigkeiten aus den Stadien I und II zusammen und vergleichen sie mit dem Stadium III.

In der Abbildung 31 sind die Vor- und Nachtest-ergebnisse für jede der 3 Gruppen in einem Histogramm dargestellt. Der schraffierte Teil der Säulen gibt jeweils den Anteil der Kinder mit vollständiger und der nichtschraffierte Teil den Anteil der Kinder mit unvollständiger Invarianz oder Varianz-urteilen (Stadium I und II) an.

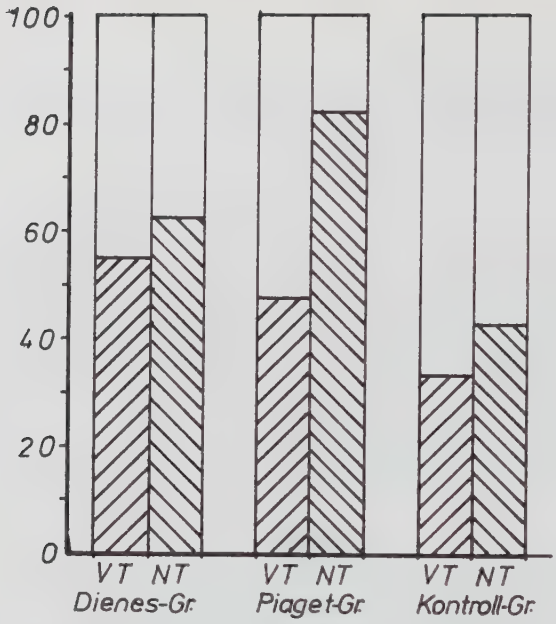


Abb. 31: Vortest und Nachtestergebnisse bei der Invarianzaufgabe mit Plättchen. Zeichen: schraffierter Teil = vollständige, nichtschraffierter Teil = unvollständige oder keine Invarianz

Die Signifikanzprüfungen sind in der Tabelle 18 zusammengefaßt.[1] Zunächst ist zu überprüfen, ob wir von der Annahme ausgehen können, daß alle 3 Stichproben der gleichen Population angehören.

---

1) Der Chi^2-Test wurde nach Mittenecker (1964, S. 51) nach folgender Formel berechnet:

$$chi^2 = \frac{N^2}{n_1 \cdot n_2} \cdot \left(\sum \frac{f_1^{\,2}}{n_r} - \frac{n_1^{\,2}}{N} \right).$$

Tabelle 18: Statistische Überprüfung der Ergebnisse zur Invarianz-Aufgabe mit Plättchen

	statist.Verf.	Prüfgröße	Sig.
Vortest	Chi^2-Test	Chi^2=3,97;df=2	ns
Nachtest	Chi^2-Test	Chi^2=13,93;df=2	ss
Dienes:Vortest/Nacht.	McNemar-Test	z = 0,89	ns
Piaget:Vortest/Nacht.	McNemar-Test	z = 3,21	ss
Kontr.:Vortest/Nacht.	McNemar-Test	z = 0,94	ns

Die Vortestergebnisse unterscheiden sich in den 3 Gruppen zwar sehr deutlich (Kontrollgruppe 33,3 %, Piaget-Gruppe 47,7 %, Dienes-Gruppe 55,0 % vollständige Invarianzurteile), doch ist die Wahrscheinlichkeit, daß unsere 3 Gruppen Stichproben der gleichen Population sind, größer als 10 % (vgl. Tabelle 18, Zeile 1). Wir können also von der Vergleichbarkeit aller 3 Gruppen ausgehen.

Demgegenüber unterscheiden sich die Nachtestergebnisse sehr signifikant (vgl. Tabelle 18, Zeile 2), welches allein auf den Anstieg der vollständig richtigen Invarianzurteile der Piaget-Gruppe von 47,7 % im Vortest auf 81,9 % im Nachtest zurückzuführen ist. Im Nachtest beurteilen 34,2 % mehr Kinder die Plättchen-Aufgabe vollständig richtig als im Vortest. Der Anstieg in der Dienes-Gruppe und der Kontrollgruppe ist dagegen unbedeutend (Dienes-Gruppe 7,5 %; Kontroll-Gruppe 9,6%).

Nur in der Piaget-Gruppe geben im Nachtest signifikant mehr Kinder vollständig richtige Invarianzurteile. In den beiden anderen Gruppen ist der Unterschied nicht signifikant (vgl. Tab. 18, Zeile 3 bis 5).
Zu beachten ist aber nicht nur der relative Anstieg der Piaget-Gruppe vom Vor- zum Nachtest um 34,2 %, sondern auch die außerordentlich große Zahl der Kinder (81,9 %), die nach dem Förderprogramm die Invarianzaufgabe mit Plättchen vollständig beherrschen. Dieses Ergebnis zeigt, daß durch die Anregungsbedingungen des Piaget-Programms der größte Teil der Kindergartenkinder zum Erkennen der Mengenerhaltung angeleitet werden kann. Überraschend niedrig fällt dagegen die Leistungsverbesserung in der Dienes-Gruppe aus. In dieser Gruppe ist das Erkennen der Invarianz zwar nicht ausdrücklich gefördert worden, aber man hätte erwarten können, daß der mannigfache Umgang mit Logischen Blöcken und anderen Materialien in logischen Spielen und Übungen einen größeren Einfluß auf das Erkennen der Invarianz gehabt hätte als die normale Kindergartenbeschäftigung. Das ist aber offensichtlich nicht der Fall, da der relative Anstieg der Kontrollgruppe noch geringfügig über dem der Dienes-Gruppe liegt.

2.1.2 Invarianz mit Perlen

Bei der Plättchen-Aufgabe werden kleine überschaubare Mengen in Stück-für-Stück-Korrespondenz gebracht und anschließend wird eine Reihe verändert.

Es ist nun zu fragen, ob die Kinder der Piaget-Gruppe auch bei schwierigeren Anordnungen die Mengenerhaltung erkennen. Bei der Perlen-Aufgabe wird zwar auch durch die Handlung des paarweisen Einfüllens die Korrespondenz der Perlen betont, doch ist die Zuordnung der einzelnen Perlen bereits in der Ausgangssituation, wenn die Perlen in den Gläsern liegen, nicht mehr wahrnehmbar. Bei dieser Aufgabe müssen die Kinder die Operation der paarweisen Zuordnung bereis als einziges angemessenes Verfahren ansehen,um gleichmächtige Mengen herzustellen. Die Vor- und Nachtestergebnisse zur Perlen-Aufgabe sind in der Tabelle 19 wiedergegeben.

Tabelle 19: Invarianz mit Perlen

		Vortest			Nachtest		
	N	St.I	St.II	St.III	St.I	St.II	St.III
Dienes	40	50,0%	10,0%	40,0%	38,5%	5,0%	57,5%
Piaget	44	43,2%	27,3%	29,5%	15,9%	2,2%	81,9%
Kontrolle	42	73,8%	7,2%	19,0%	69,0%	-	31,0%
Σ	126	55,5%	15,1%	29,4%			

Ein Vergleich der Vortestergebnisse aus dem Plättchen- und Perlen-Versuch (vgl. Tabelle 17 und 19) zeigt zunächst, daß die Perlenaufgabe deutlich schwieriger ist als die Plättchen-Aufgabe. 45,2 % von 126 Kindern erfassen das Invarianzprinzip bei der Plättchen-Aufgabe, aber nur 29,4 % bei der Perlen-Aufgabe. Wie Tabelle 20 zeigt, erreichen zwar 25 Kinder der gesamten Untersuchungsgruppe in der Plättchen-Aufgabe vollständige Invarianz, aber nicht in der Perlen-Aufgabe.

Tabelle 20: Zahl der Vpn, die im Vortest bei den Invarianzaufgaben mit Plättchen und Perlen vollständig richtige Urteile abgeben (Stadium III)

		Plättchen		
		Invarianz	Nicht-Inv.	Σ
Perlen	Invarianz	32	5	37
	Nicht-Invarianz	25	64	89
	Σ	57	69	126

In der Abbildung 32 sind die relativen Häufigkeiten aller drei Gruppen im Vor- und Nachtest in einem Histogramm dargestellt. Der schraffierte Anteil der Säulen gibt die vollständigen Invarianzurteile an. Auch in diesem Versuch liegt das Vortestergebnis der Kontroll-Gruppe(wie bei der Plättchen-Aufgabe) unter dem der Dienes- und der Piaget-Gruppe. Der Unterschied ist allerdings auch in diesem Fall nicht signifikant (vgl. Tabelle 21, Zeile 1).

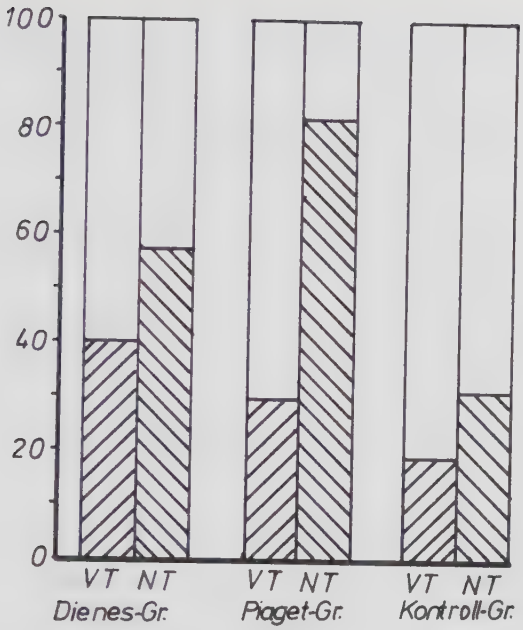


Abb. 32: Invarianzaufgabe mit Perlen, schraffierter Teil = vollständige Invarianz (Stadium III); nicht-schraffierter Teil = teilweise oder keine Invarianz (Stadium I und II).

Tabelle 21: Signifikanzprüfungen zur Perlen-Aufgabe

	statist.Verf.	Prüfgrößen	Sig.
Vortest	Chi^2-Test	Chi^2=4,31; df=2	ns
Nachtest	Chi^2-Test	Chi^2=20,24; df=2	ss
Dienes:Vort./Nt.	McNemar-Test	z = 2,26	s
Piaget:Vort./Nt.	McNemar-Test	z = 4,58	ss
Kontroll:Vt/Nt.	McNemar-Test	z = 1,33	ns

Im Nachtest unterscheiden sich die Gruppen jedoch sehr signifikant (vgl. Tab. 21, Zeile 2). Vergleicht man nun die Vor- und Nachtestergebnisse jeder einzelnen Gruppe, so bemerkt man, daß in der Piaget-Gruppe der Anteil der Kinder, die vollständig richtige Invarianzurteile und angemessene Begründungen abgeben, sehr signifikant anwächst und zwar von 29,5 % im Vortest auf 81,9 % im Nachtest. (vgl. Tab. 21, Zeile 4).
Auch in der Dienes-Gruppe ist der Leistungszuwachs signifikant. Er fällt jedoch mit 17,5 % im Vergleich zur Piaget-Gruppe (52,4 %) bescheidener aus und liegt etwa in der gleichen Größenordnung wie bei der Kontrollgruppe (12 %) (vgl. Tabelle 21, Zeilen 3-5).
Interessant ist vor allem der Befund, daß die Zahl der Kinder der Piaget-Gruppe, die sowohl die Plättchen- als auch die Perlen-Aufgabe beherrschen, genau gleich ist (81,9 %). Diejenigen Kinder, die bei der Plättchenaufgabe das Invarianzprinzip beherrschen, sind auch in der Lage, bei der Perlen-Aufgabe die Mengenerhaltung zu erkennen.

2.1.3 Invarianz mit Plastilin

In dem dritten Invarianzversuch wird überprüft, ob die Kinder der Piaget-Gruppe den Begriff der Mengenerhaltung auch auf die Substanzerhaltung von kontinuierlichem Material übertragen können. In der Tabelle 22 sind die Ergebnisse zur Plastilin-Aufgabe, die nur im Nachtest durchgeführt wurde, wiedergegeben.

Tabelle 22: Invarianzaufgabe mit Plastilin

	N	Invarianz	Nicht-Invarianz
Dienes-G.	28	53,6%	46,4%
Piaget-G.	44	77,3%	22,7%
Kontroll	42	33,3%	66,7%

Der Unterschied zwischen den drei Gruppen ist statistisch sehr bedeutsam (chi^2 = 14,99; df = 2; ss). 77,3% der Kinder der Piaget-Gruppe sind in der Lage, den Begriff der Mengenerhaltung auf die Substanzerhaltung von Plastilinkugeln zu übertragen. Der Anteil der Kinder, die die Plastilin- und die Perlen-Umschütt-Aufgabe beherrschen, unterscheidet sich in allen drei Gruppen nur geringfügig. Wir können also annehmen, daß der Invarianzbegriff der Kinder der Piaget-Gruppe, die ihn infolge des Übungsprogramms erworben haben, in gleicher Weise gefestigt ist wie bei den "natürlichen Erhaltern" der Kontroll-Gruppe, die den Erhaltungsbegriff in spontaner Auseinandersetzung mit der Umwelt erworben haben.

2.2 Klassifikation

Um die Fähigkeit zur Klassifikation zu ermitteln, haben wir den Kindern drei verschiedene Aufgaben gegeben, von denen die erste die Klassifikation nach einem Merkmal, die zweite die Multiplikation von Klassen und die dritte die Einschachtelung von Klassen überprüfen soll.

2.2.1 Klassifikation nach einem Merkmal

Die prozentualen Häufigkeiten der drei Gruppen aus dem Vor- und Nachtest können der Tabelle 23 entnommen werden.

Tabelle 23: Klassifikation nach einem Merkmal

	N	Vortest			Nachtest		
		0 Kl. richt.	1 Kl. richt.	2 Kl. richt.	0 Kl. richt.	1 Kl. richt.	2 Kl. richt
Dienes	40	2,5%	62,5%	35,0%	-	35,0%	65,0%
Piaget	44	2,3%	56,8%	40,9%	-	36,4%	63,6%
Kontroll	42	9,5%	47,6%	42,9%	2,4%	61,9%	35,7%
Σ	126	4,7%	55,6%	39,7%			

Nur sehr wenig Kinder haben bereits im Vortest keine der beiden Klassifikationsaufgaben richtig (4,7 %). Über die Hälfte aller Kinder lösen mindestens eine Aufgabe, entweder die Form- oder die Farbaufgabe. Zur statistischen Überprüfung können wir daher die erste Gruppe (keine Klassifikationsaufgabe richtig) vernachlässigen und die beiden Alternativklassen bilden: beide Aufgaben richtig versus eine oder keine Aufgabe richtig.

Im Gegensatz zu den Invarianzaufgaben liegt das Leistungsniveau aller drei Gruppen im Vortest viel dichter zusammen. Die Kontrollgruppe hat sogar einen geringfügigen Vorsprung vor den beiden anderen Gruppen. Im Nachtest zeigt sich dagegen ein deutlicher Unterschied, der auf dem 5%-Niveau signifikant ist (vgl. Tab. 24, Zeile 1 und 2).

Tabelle 24: Signifikanzprüfung der Klassifikationsaufgabe

	Statist.Verfahr.	Prüfgröße	Sig.
Vortest	Chi^2-Test	Chi^e=0,53;df=2	ns
Nachtest	Chi^2-Test	Chi^e=8,91;df=2	s
Nachtest			
Dienes/Kontroll-G	Chi^2-Test	Chi^2=7,02;df=1	ss
Piaget/Kontroll-G	Chi^2-Test	Chi^2=6,68;df=1	ss
Vortest/Nachtest			
Dienes-G	McNemar-Test	z = 2,14	s
Piaget-G	McNemar-Test	z = 2,01	s

Sowohl in der Dienes- als auch in der Piaget-Gruppe steigen die Nachtest- gegenüber den Vortestleistungen signifikant an (vgl. Tab. 24, Zeile 6 und 7), in der Dienes-Gruppe um 30 % und in der Piaget-Gruppe um 22,7 %. In der Kontroll-Gruppe nimmt die Zahl der Kinder, die beide Klassifikationsaufgaben bewältigen, im Nachtest sogar um 7,2 % ab. Die Dienes- und die Piaget-Gruppe erreichen im Nachtest ein fast einheitliches Niveau, das sich von dem der Kontrollgruppe sehr signifikant unterscheidet (vgl. Tabelle 24, Zeile 3 und 4).

Beide Förderprogramme sind also in gleicher Weise geeignet, die Fähigkeit zur Klassifikation nach einem Merkmal zu fördern. Es muß aber überraschen, daß sowohl in der Dienes- als auch in der Piaget-Gruppe etwas mehr als ein Drittel der Kinder nur eine von beiden Klassifikationsaufgaben bewältigen.

Aufschluß darüber kann uns Tabelle 25 geben. In ihr ist aufgeführt, wie groß der Anteil der Kinder ist, die entweder nur die zuerst oder nur die an zweiter Stelle gebotene Aufgabe lösen können. Dabei ist unberücksichtigt, ob zuerst die Form- oder die Farbklassifikation verlangt wurde.

Tabelle 25: Klassifikationsaufgabe: Anteil der Kinder, die nur die erste oder nur die zweite Aufgabe lösen

	Vortest		Nachtest	
	nur 1.Aufg.	nur 2.Aufg.	nur 1.Aufg.	nur 2.Aufg.
Dienes-G.	47,5%	15,0%	22,5%	12,5%
Piaget-G.	50,0%	6,8%	27,3%	9,1%
Kontroll-G.	33,3%	11,9%	57,1%	4,8%
	43,7%	11,9%		

Von den 55,6 % Kindern, die im Vortest nur eine Klassifikationsaufgabe beherrschen, lösen 43,7 % die zuerst und nur 11,9 % die an zweiter Stelle gebotene Aufgabe. In der Kontroll-Gruppe wird im Nachtest das zahlenmäßige Verhältnis noch größer, nimmt dagegen in der Dienes- und der Piaget-Gruppe ab. Aber auch in diesen beiden Gruppen ist die Zahl der Kinder, die nur die erste Klassifikationsaufgabe beherrschen, größer als die, die nur die zweite lösen. Ein erheblicher Teil der Kinder der Dienes- und der Piaget-Gruppe kann also auch im Nachtest noch nicht von einem Klassifikationsmerkmal auf das nächste umwechseln.

Wenn z. B. in dem ersten Versuch nach der Form klassifiziert werden sollte, blieben die Kinder auch im zweiten Versuch auf die Formbeachtung fixiert. Sie erkannten nicht, daß jetzt nach der Farbe klassifiziert werden sollte. Abbildung 33 gibt ein typisches Beispiel eines solchen Klassifikationsversuches wieder.

1. Aufgabe: Klassifikation nach der Form

2. Aufgabe: Klassifikation nach der Farbe

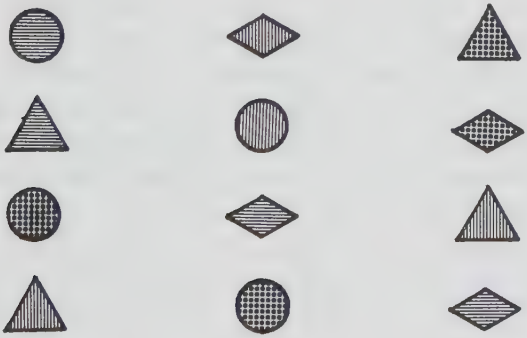


Abb. 33: Beispiel für die Fixierung auf die Form als Klassifikationsmerkmal

Wenn z. B. im ersten Versuch der VL aus einem gelben und einem grünen Rhombus, einem roten und einem gelben Kreis, einem grünen und einem roten Dreieck den Anfang der drei zu klassifizierenden Gruppen legte, und das Kind alle restlichen Plättchen richtig zuordnen konnte, so daß es also bemerkt hatte, daß es auf die Form und nicht auf die Farbe ankam, so blieb es auch bei dem Klassifikationsversuch nach der Farbe bei der Formbeachtung.
Es ordnete z. B. dem grünen Kreis und dem grünen Dreieck einen gelben Kreis und ein rotes Dreieck zu, oder dem gelben Rhombus und dem gelben Kreis einen grünen Rhombus und einen roten Kreis. Die Kinder legten in der zweiten Aufgabe also ein Form-Muster, in dem die ersten beiden Formen jeder Gruppe im Wechsel wiederkehrten. Obwohl der VL in einem solchen Fall darauf hinwies, daß die Gruppen ein gemeinsames Merkmal haben sollten, waren die Kinder dann nicht in der Lage, das Muster in eine Klasse umzuwandeln. Diese Form-Muster - oder wenn zuerst die Farbklassifikation verlangt wurde, die Farb-Muster - traten immer nur in dem zweiten Versuch auf. Wir können also durchaus von der Annahme ausgehen, daß die Kinder die Anweisung verstanden haben. Vermutlich prüft diese Aufgabe weniger die Fähigkeit, Klassifikationen nach einem Merkmal durchzuführen, als die Fähigkeit von einem Klassifikationsmerkmal auf das zweite umzuwechseln.

2.2.2 Multiplikation von Klassen (Gitter-Aufgabe)

Bei der Gitter-Aufgabe müssen die Kinder 3 Formen und 4 Farben miteinander multiplizieren. In der Tabelle 19 sind die Ergebnisse zu dieser Aufgabe dargestellt.

Tabelle 26: Ergebnisse zur Multiplikationsaufgabe

	N	richtig	falsch
Dienes-G.	39	76,9%	23,1%
Piaget-G.	32	71,9%	28,1%
Kontroll-G.	42	35,7%	64,3%

Der Unterschied zwischen den 3 verschiedenen Gruppen ist sehr signifikant (chi^2=16,85; df = 2; ss). Sowohl in der Dienes- als auch in der Piaget-Gruppe lösen signifikant mehr Kinder die Gitter-Aufgabe als in der Kontrollgruppe (Dienes/Kontrollgruppe chi^2= 12,27; df = 1; ss Piaget/Kontrollgruppe chi^2 = 8,10; df = 1; ss). Obwohl die Kinder der Dienes-Gruppe diese Aufgabe mit gleichem Material (Logische Blöcke) und in der gleichen Form (Ordnen nach Merkmalskärtchen) in ihrem Übungsprogramm erarbeitet haben, liegt der Anteil der richtigen Lösungen nicht wesentlich über dem der Piaget-Gruppe.

Zu fragen ist nun, ob zwischen dem Leistungsniveau bei der Klassifikationsaufgabe nach einem Merkmal im Nachtest und der Gitteraufgabe eine Beziehung besteht.

Man könnte vermuten, daß die Kinder, denen sowohl der Form- als auch der Farbklassifikationsversuch gelingt, also weniger auf ein Merkmal fixiert sind, auch eher die Multiplikation von Klassen bewältigen. In der Tabelle 27 sind die wechselseitigen Beziehungen zwischen der einfachen Klassifikation und Klassenmultiplikation bei den untersuchten Kindern aller drei Gruppen (insgesamt 113 Kinder) aufgeführt.

Tabelle 27: Beziehung zwischen Klassenmultiplikation und einfacher Klassifikation

		Klassenmultipl. falsch	richtig	Σ
einfache Klassifik.	0 oder 1 Aufg.	29	23	52
	2 Aufg.	16	45	61
	Σ	45	68	113

Die Punkt-Vier-Felder-Korrelation ergibt einen Korrelationskoeffizienten von Phi = 0,30. Die Korrelation ist zwar nicht sehr hoch, aber die Wahrscheinlichkeit, daß sie zufällig ist, ist geringer als 1 % (chi^2= 10,17; df = 1; ss). Kinder, die beide Klassifikationsaufgaben lösen, also eher von einem Klassifikationskriterium auf das andere wechseln, lösen auch eher die Multiplikationsaufgabe, bei der gleichzeitig beide Klassenmerkmale beachtet werden müssen.

2.2.3 Klasseninklusion

Beide Förderprogramme sind demnach gleich gut geeignet, Fähigkeiten zur Klassifikation und Klassenmultiplikation zu fördern. Bei der Klasseneinschachtelung wird den Kindern ein Problem gestellt, das in keiner der drei Gruppen in irgendeiner Form angeklungen ist. Man kann also erwarten, daß zwischen den Ergebnissen der drei Gruppen kein bedeutsamer Unterschied besteht. Das ist jedoch nicht der Fall. Die Inklusionsaufgabe wird von Kindern der Piaget-Gruppe häufiger gelöst als von den Kindern der beiden anderen Gruppen. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 28 dargestellt.

Tabelle 28: Ergebnisse zur Inklusionsaufgabe

	N	richtig	falsch
Dienes-G.	28	21,4%	78,6%
Piaget-G.	44	40,9%	59,1%
Kontroll-G.	42	16,7%	83,3%

Der Leistungsunterschied zwischen den drei Gruppen ist signifikant ($chi^2 = 6,91$; $df = 2$; s). Zwischen der Piaget- und der Dienes-Gruppe läßt sich der Unterschied statistisch nicht sichern ($chi^2 = 2,10$; $df = 1$; ns). Dagegen lösen in der Piaget-Gruppe signifikant mehr Kinder die Inklusionsaufgabe als in der Kontroll-Gruppe ($chi^2 = 4,99$; $df = 1$; s).

2.3 Seriation

Die Fähigkeit, Ordnungsrelationen herzustellen, haben wir mit einer einfachen Reihungsaufgabe und einer Aufgabe zur Multiplikation von Relationen untersucht. Von der Multiplikationsaufgabe liegen Vor- und Nachtestergebnisse vor.

2.31. Einfache Seriation

Bei dieser Aufgabe sollten die Kinder 1o verschieden lange, aus 1 bis 10 Elementen bestehende Türmchen der Größe nach anordnen. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 29 aufgeführt.

Tabelle 29: Ergebnisse zur Seriationsaufgabe

	N	richtig	falsch
Dienes-G.	28	64,3%	35,7%
Piaget-G.	44	88,6%	11,4%
Kontroll-G.	42	54,8%	45,2%

Der Spalte "richtig" ist der Anteil der Kinder zugeordnet, die systematisch - vom kleinsten oder größten Element ausgehend - eine aufsteigende oder absteigende Reihe in einem Zuge aufbauen können. Dabei bleibt unberücksichtigt, ob die Kinder die Ordnungsrelation durch Abzählen der einzelnen Röllchen oder durch Größenvergleich zustande bringen.

In der Spalte "falsch" sind die Kinder angegeben, die probierend vorgehen oder keine Reihe zustande bringen. 88,6 % der Kinder der Piaget-Gruppe sind in der Lage, systematisch 10 Türmchen der Größe nach zu ordnen, in der Dienes-Gruppe sind es 64,3 % und in der Kontroll-Gruppe 54,8 %. Der Unterschied zwischen den drei Gruppen ist sehr signifikant (chi^2 = 20,62; df = 2; ss). Es muß überraschen, daß das Leistungsniveau der Dienes-Gruppe nicht viel höher liegt als das der Kontroll-Gruppe, obwohl im Dienes-Programm das Seriationsproblem bearbeitet worden ist. Andererseits darf man den hohen Prozentsatz der richtigen Lösungen in der Piaget-Gruppe nicht überbewerten, da Material und Aufgabe diesen Kindern aus dem Übungsprogramm hinreichend bekannt waren. Wenn aber die Dienes-Gruppe tatsächlich ein niedrigeres strukturelles Niveau bei der Bildung von Ordnungsrelationen haben sollte als die Piaget-Gruppe, müßte sich das auch bei der Multiplikation von Relationen bemerkbar machen, zumal Aufgaben zur Multiplikation von Klassen (Gitter-Aufgaben) von beiden Gruppen etwa gleich gut beherrscht werden.

2.3.2 Multiplikation von Relationen (Röhren-Aufgabe)

Die Operation der Multiplikation von Relationen wird an fünf verschiedenen Aufgaben mit ansteigendem Schwierigkeitsgrad überprüft. Tabelle 30 gibt die Mittelwerte der drei verschiedenen Gruppen im Vor- und Nachtest wieder.

Tabelle 30: Mittelwerte im Vor- und Nachtest bei der Aufgabe zur Multiplikation von Relationen

	N	Vort.	Nacht.	Zuwachs	
				absolut	%
Dienes-G.	40	2,75	3,45	0,75	25,5
Piaget-G.	44	2,36	3,64	1,28	54,2
Kontroll-G.	42	2,79	3,05	0,26	9,3

In der Piaget-Gruppe wird der Mittelwert vom Vor- zum Nachtest um 54,2 % gesteigert, in der Dienes-Gruppe um 25,5 % und in der Kontrollgruppe um 9,3%. Aufgrund dieses Ergebnisses können wir bereits feststellen, daß die Piaget-Gruppe, deren mittlerer Vortestwert unter dem der beiden anderen Gruppen liegt, einen eindeutig größeren Zuwachs zu verzeichnen hat als die Dienes-Gruppe.

Da der Mittelwert aber noch nicht genug aussagt, müssen wir die Vortest- und Nachtestergebnisse der fünf Teilaufgaben, die einmal in der Tabelle 31, zum anderen in der Abbildung 34 in einer Summenkurve und einem Polygonzug dargestellt sind, betrachten.

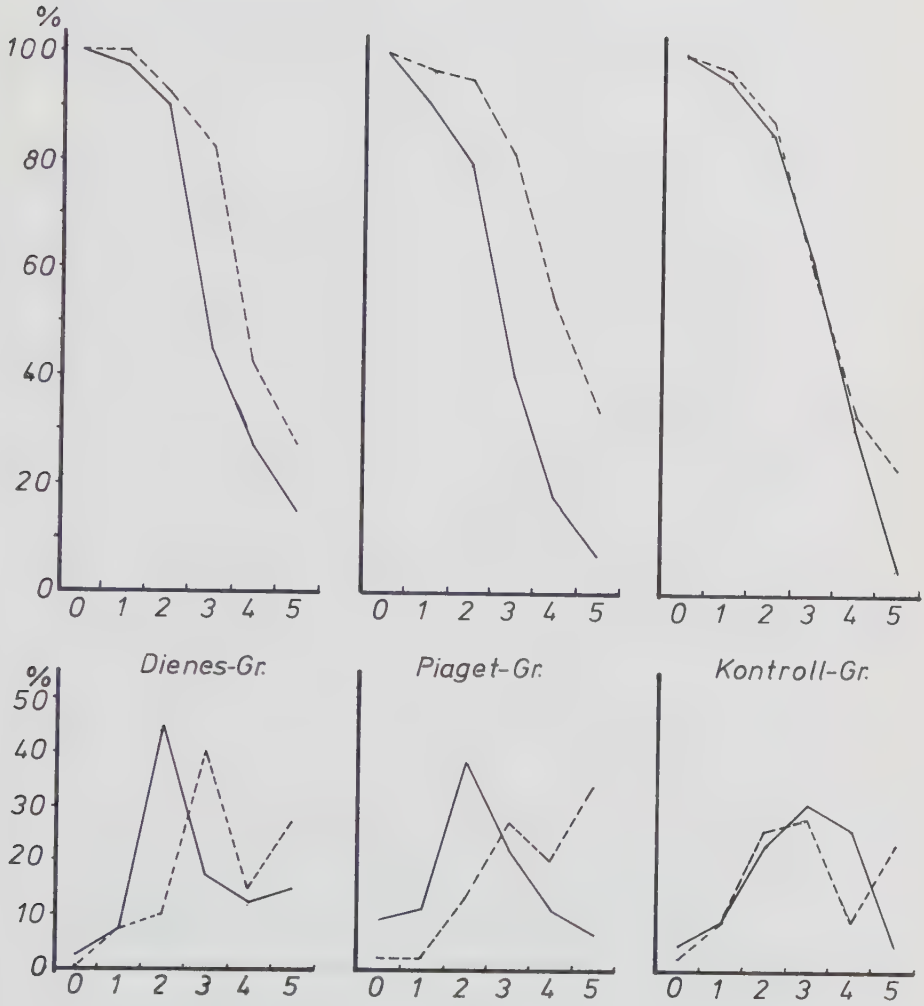


Abb. 31: Summenkurve (obere Hälfte) und Polygonzug der Vortest- (durchgezogene Linie) und Nachtestergebnisse (gestrichelte Linie) der Aufgabe zur Multiplikation von Relationen

Tabelle 31: Prozentuale Häufigkeiten der 5 Teilaufgaben der Aufgabe zur Multiplikation von Relationen im Vor- und Nachtest

	Gruppe	N	0	1	2	3	4	5
Vort.	Dienes	40	2,5	7,5	45,0	17,5	12,5	15,0
	Piaget	44	9,1	11,4	38,6	22,7	11,4	6,8
	Kontr.	42	4,8	9,5	23,8	31,0	26,1	4,8
	Σ	126	5,6	9,5	35,7	23,8	16,7	8,7
Nacht	Dienes	4o	-	7,5	10,0	40,0	15,0	27,5
	Piaget	44	2,3	2,3	13,6	27,3	20,5	34,1
	Kontr.	42	2,4	9,5	26,1	28,6	9,5	23,9

Die Summenkurve ist folgendermaßen zu lesen: Von 100 % ausgehend haben z. B. von den Kindern der Dienes-Gruppe im Vortest 97,5 % die Aufgabe 1, 90 % die Aufgaben 1 und 2, 45 % die Aufgaben 1 - 3, 27,5 % die Aufgaben 1 - 4 und 15 % die Aufgaben 1 - 5 gelöst.

Vergleicht man die Summenkurven der drei Gruppen miteinander, so bemerkt man vor allem bei der Piaget-Gruppe eine deutliche Verschiebung zu den größeren Meßwerten im Nachtest. Die Nachtestkurve der Kontrollgruppe fällt bis auf den letzten Abschnitt mit der Vortestkurve fast zusammen. Wie dieser relativ hohe Anteil von 23,9 % der vollständig richtigen Lösungen (bis zur Transformationsaufgabe 5) zustande kommt, zeigt der darunterliegende Polygonzug.

Die Häufigkeiten im Vor- und Nachtest sind bis zur Aufgabe 3 fast gleich. Im Vortest lösen wesentlich mehr Kinder der Kontroll-Gruppe 4 Aufgaben als in beiden anderen Gruppen (Kontroll-Gruppe: 26,1 %; Dienes-Gruppe: 12,5 %, Piaget-Gruppe: 11,4 %). In der Kontroll-Gruppe erreichen also vorwiegend die Kinder vollständige Lösungen, die bereits im Vortest 4 Aufgaben geschafft haben. In der Dienes- und der Piaget-Gruppe sieht die Verschiebung dagegen anders aus. In der Dienes-Gruppe verschiebt sich die Spitze von 2 Aufgaben (45,0 %) auf 3 Aufgaben (40,0 %) und erreicht bei 5 Aufgaben (27,5 %) den zweithöchsten Wert. In der Piaget-Gruppe liegt das Verhältnis genau umgekehrt . Hier verschiebt sich die Kurve von 2 Aufgaben (38,6 %) auf 5 Aufgaben (34,1 %) und erreicht bei 3 Aufgaben (27,3 %) seinen zweithöchsten Wert. Die gravierendsten Veränderungen finden also eindeutig in der Piaget-Gruppe statt.

Auffällig ist noch bei allen Nachtestkurven ein Absinken bei Aufgabe 4 und ein Ansteigen bei Aufgabe 5. Wir können also schlußfolgern, daß die meisten Kinder, denen der Aufbau einer multiplikativen Ordnung gelingt (Aufgabe 4), die Ordnung auch umkehren können (Aufgabe 5). Überprüft man die statistische Gültigkeit der Vor- und Nachtestergebnisse mit Hilfe der Kovarianzanalyse, die in der Tabelle 32 zusammengefaßt ist, so stellt sich ein signifikanter Unterschied zwischen den drei Gruppen heraus.

Tabelle:32: Kovarianzanalyse der Aufgabe zur Multiplikation von Relationen

1. Signifikanzprüfung der Differenzen zwischen den Gruppenregrssionskoeffizienten

Variationsqu.	SAQ	FG	MQ	F	Sign.
S_3: Behandlg	6,10	2	3,05	2,06	ns
S_1: Fehler	177,81	120	1,48		
S_2: Total	183,91	122			

2. Signifikanzprüfung der Behandlungsmittelwerte

Variationsqu.	SAQ	FG	MQ	F	Sign.
S_5: Behandlg	11,09	2	5,54	3,69	s
S_2: Fehler	183,91	122	1,50		
S_4: Total	195,0	124			

2.4 Erkennen von regelmäßigen Anordnungen (Reihe fortsetzen)

Bei dieser Aufgabe wird den Kindern eine Reihe von Steckerchen geboten, die einen bestimmten regelmäßigen Aufbau zeigt. Die Kinder müssen zunächst die Gesetzmäßigkeit der Anordnung erkennen und die Regel dann anwenden. In der Tabelle 33 sind die Ergebnisse dargestellt. Zwischen den drei Gruppen besteht ein sehr signifikanter Unterschied (chi^2= 12,8; df = 2;ss). In der Dienes- und der Piaget-Gruppe lösen etwa prozentual gleichviel Kinder die Aufgabe (82,1% und 81,8%).

Tabelle 33: Ergebnisse zur Aufgabe "Reihe fortsetzen"

	N	richtig	falsch
Dienes-G.	28	82,1%	17,9%
Piaget-G.	44	81,8%	18,2%
Kontroll-G.	42	47,6%	52,4%

In beiden Gruppen liegt das Leistungsniveau gegenüber der Kontrollgruppe sehr signifikant höher (Dienes-/Kontroll-Gruppe: $chi^2 = 7,5$; df = 1; ss; Piaget-/Kontroll-Gruppe: $chi^2 = 9,57$; df = 1; ss).

2.5 Transitivität

Das Erkennen von transitiven Beziehungen wird in keinem der beiden Förderprogramme geübt. Man könnte also erwarten, daß zumindest zwischen den geförderten Gruppen kein Unterschied besteht. Wie Tabelle 34 zeigt, sind die Unterschiede jedoch sehr deutlich.

Tabelle 34: Ergebnisse zur Transitivitätsaufgabe

	N	falsch	richtig	
			ohne Begrdg	mit Begrdg
Dienes-G.	28	53,6%	10,7%	35,7%
Piaget-G.	44	22,7%	27,3%	50,0%
Kontroll-G.	42	71,4%	11,9%	16,7%

In der Kontrollgruppe können 71,4 %, in der Dienes-Gruppe 53,6 % und in der Piaget-Gruppe 22,7 % der Kinder das Transitivitätsgesetz nicht anwenden. Die Signifikanzprüfungen sind in der Tabelle 35 zusammengefaßt.

Tabelle 35: Signifikanzprüfung der Ergebnisse zur Transitivitätsaufgabe

1. Alternativklassen: Transitivität versus Nicht-transitivität (richtig/falsch)

	Prüfgrößen	Signif.
Vergl. aller 3 Gr.	chi^2=20,77; df=2	ss
Dienes/Piaget-G.	chi^2= 5,87; df=1	s
Dienes/Kontroll	chi^2= 1,57; df=1	ns
Piaget/Kontroll	chi^2=18,56; df=1	ss

2. Alternativklassen: Transitivität mit Begründung versus Nicht-Transitivität und Transitivität ohne Begründung

	Prüfgröße	Signif.
Vergl. aller 3 Gr.	chi^2=10,00; df=2	ss
Dienes/Piaget-G.	chi^2= 0,89; df=1	ns
Dienes/Kontroll	chi^2= 2,34; df=1	ns
Piaget/Kontroll	chi^2= 4,25; df=1	ss

Wir haben zunächst überprüft, ob ein Unterschied zwischen den Gruppen besteht, wenn man auf die Begründung des Urteils keinen Wert legt und nur die beiden Alternativklassen richtig/falsch bildet. Der Unterschied zwischen den Gruppen ist sehr signifikant (vgl. Tabelle 35,1, Zeile 1). Die Kinder der Piaget-Gruppe erkennen signifikant häufiger die Transitivität als die Kinder der Dienes-Gruppe (Zeile 2) und der Kontroll-Gruppe (Zeile 4).
Auch wenn man die Begründung für unbedingt erforderlich hält, und nur dann von Transitivität sprechen will, wenn die Kinder ihr Urteil auch begründen können, also die beiden Alternativklassen Transitivität mit Begründung versus Nicht-Transitivität und Transitivität ohne Begründung bildet, besteht zwischen den Gruppen ein signifikanter Unterschied (vgl. Tabelle 35,2, Zeile 1). Auch bei dieser Aufteilung bleibt der signifikante Unterschied zwischen der Piaget- und der Kontroll-Gruppe bestehen (vgl. Tab. 35,2, Zeile 4), jedoch nicht zwischen der Dienes- und der Piaget-Gruppe (vgl. Tab. 35,2, Zeile 2).
Wir können also festhalten, daß die Kinder der Piaget-Gruppe eher aus dem Vergleich der Menge A mit der Menge B und der Menge B mit der Menge C die Gleichmächtigkeit der Menge A und der Menge C erkennen, als die Kinder der Dienes-Gruppe und der Kontroll-Gruppe. Die Kinder der Piaget-Gruppe besitzen jedoch kein höheres Begründungsniveau als die Kinder der Dienes-Gruppe.

2.6 Spiele mit Logischen Blöcken

Zum Schluß bleiben uns noch die Aufgaben anzuführen, mit denen wir feststellen wollen, inwieweit die Kinder der Dienes-Gruppe mit den vier Eigenschaften der Logischen Blöcke umgehen können. Die beiden Aufgaben "Unterschiedsspiel" und "Kette" sind daher nur den Kindern der Dienes-Gruppe gegeben worden. In der Tabelle 36 sind die Ergebnisse zu beiden Aufgaben dargestellt.

Tabelle 36: Ergebnisse der Dienes-Gruppe zu den Aufgaben "Unterschiedsspiel"und "Kette"

Unterschiedsspiel				Kette				
0	1	2	3	0	1	2	rot blau	Δ/0
15,4%	10,3%	41,0%	33,3%	12,8%	51,3%	35,9%	76,9%	46,2%

Die Kinder mußten bei dem "Unterschiedsspiel" zu einer Reihe von Logischen Blöcken, von denen jeder Baustein von dem vorhergehenden und dem nachfolgenden sich nur durch ein Merkmal unterschied, drei weitere Klötze dazulegen.
Ein Drittel der Kinder löste diese Aufgabe vollständig richtig, 41 % wählten 2 Bausteine, 10,3 % einen Baustein und 15,4 % keinen Baustein richtig aus.

Bei der Aufgabe "Kette" wechselten in der ersten Teilaufgabe die Farben rot und blau ab, im zweiten Versuch die Formen Dreieck und Kreis. 76,9 % der Kinder erkannten den rot/blau-Wechsel und konnten zwei weitere Klötze hinzulegen, dagegen nur 46,2 % den Wechsel von Dreieck und Kreis. Beide Aufgaben ("rot-blau-Kette" und "Dreieck-Kreis-Kette") wurden von 35,9 % der Kinder bewältigt. 51,3 % lösten zumindest eine der beiden Aufgaben und 12,8 % beherrschten keine der Aufgaben.

Bildet man nun bei beiden Aufgaben die drei Klassen: vollständig richtige Lösungen/ teilweise richtige Lösungen (eine "Kette" und ein oder zwei Bausteine im Unterschiedsspiel richtig) / vollständig falsche Lösungen und vergleicht die prozentualen Häufigkeiten aus beiden Aufgaben, so bemerkt man, daß die Häufigkeiten fast gleich sind. Sowohl das Unterschiedsspiel als auch die Aufgabe "Kette" werden von etwa einem Drittel der Kinder vollständig richtig gelöst. Etwa die Hälfte der Kinder erreichen in beiden Aufgaben teilweise richtige Lösungen und etwa ein Achtel bis ein Sechstel bewältigen die Aufgaben nicht.
Die Übereinstimmung zwischen beiden Aufgaben ist allerdings nicht vollständig, wie aus der Tabelle 37 entnommen werden kann -dann müßte nämlich die Diagonale von links oben nach rechts unten ausschließlich besetzt sein-,doch konzentrieren sich die Häufigkeiten in der Diagonalen.

Tabelle 37: Beziehung zwischen den Häufigkeiten der Aufgaben "Unterschiedsspiel" und"Kette"

		Kette		
		0	1	2
Unterschiedsspiel	0	3	3	-
	1 + 2	2	12	6
	3	-	5	8

Kinder, die beim Unterschiedsspiel nur einen oder zwei Klötze richtig gelegt haben, lösen auch nur eher eine der beiden Kettenaufgaben. Kinder, die alle drei Klötze richtig gelegt haben, lösen eher beide Kettenaufgaben. Zwischen beiden Aufgaben besteht also eine enge Beziehung. Wählt man nun als Kriterium für die Beurteilung, ob Kinder mit den Eigenschaften der Logischen Blöcke umgehen können, die vollständig richtige Lösung beider Aufgaben, so zählen nur 8 Kinder (20,5%) zu dieser Gruppe. Faßt man dagegen das Kriterium etwas weiter und definiert, daß mindestens eine der beiden Aufgaben vollständig richtig gelöst und die andere teilweise gelöst ist, so erhöht sich die Anzahl auf 19 Kinder (48,7%). 12 Kinder (30,8%) bringen nur teilweise richtige Lösungen in beiden Aufgaben zustande, und 8 Kinder (20,5%) lösen eine Aufgabe nur teilweise und die andere gar nicht oder beide Aufgaben gar nicht. Wir können also sagen, daß 2o% der Kinder sicher mit Logischen Blöcken operieren können, 30% noch Schwierigkeiten zeigen, weitere 30% noch sehr unsicher im Umgang mit dem Lernmaterial sind und 20% noch gar nicht mit den Logischen Blöcken Spiele durchführen.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden wir die Ergebnisse des Nachtests und die Zuwachsraten vom Vor- zum Nachtest in der Tabelle 38 zusammenfassen, die uns als Grundlage für die Diskussion unserer Ergebnisse und der Beantwortung der Versuchsfragen dient.

Tabelle 38: Zusammenfassung der Nachtestergebnisse und der Zuwachsraten vom Vor- zum Nachtest

	Piaget-G.		Dienes-G.		Kontroll-G.	
Aufgaben	Nacht.	Zuw.	Nacht.	Zuw.	Nacht.	Zuw.
CMM	70,4	22,2%	67,0	20,3%	59,0	7,9%
CPM	22,0	35,0%	21,0	32,9%	16,5	5,8%
Plättchen	81,9%	34,2%	62,5%	7,5%	42,9%	9,6%
Perlen	81,9%	52,4%	57,5%	17,5%	31,0%	12,0%
Plastilin	77,3%		53,6%		33,3%	
Klassif.	63,6%	22,7%	65,0%	30,0%	35,7%	-7,2%
Gitter	71,9%		76,9%		35,7%	
Inklusion	40,9%		21,4%		16,7%	
Seriation	88,6%		64,3%		54,8%	
Röhren[1)]	54,6%	54,2%	42,5%	25,5%	33,4%	9,3%
Reihe fort.	81,8%		82,1%		47,6%	
Transit.[2)]	77,3%		46,4%		28,6%	

[1)] Der Nachtestwert bezieht sich auf den Anteil der Kinder, die eine multiplikative Ordnung aufbauen oder umkehren können (Aufgabe 4 und 5).

[2)] Transitivität mit oder ohne Begründung.

I. Diskussion

Das Ziel unserer empirischen Untersuchung, die Möglichkeit, Förderung der Grundlagen zum Zahlbegriff nachzuweisen, kann aufgrund der angeführten Ergebnisse, zum Teil als erreicht angesehen werden. Wie man aus der Übersichtstabelle entnehmen kann, erwerben Kinder, die nach dem Piaget-Programm gefördert werden, in sämtlichen überprüften Operationen ein signifikant höheres strukturelles Niveau als die Kinder der Kontrollgruppe. Kinder, die nach dem Dienes-Programm gefördert werden, zeigen dagegen nur in den Operationen der Klassifikation, der Multiplikation von Klassen und dem Erkennen von regelmäßigen Anordnungen eine deutliche Leistungssteigerung gegenüber der Kontrollgruppe. In der folgenden Diskussion werden wir auf die Unterschiede zwischen den drei Versuchsgruppen bei der Beantwortung der Versuchsfragen näher eingehen.

Unsere erste und wichtigste Versuchsfrage, die sich auf die Förderbarkeit der vorzahligen Begriffe der Invarianz, Klassifikation, Seriation und Multiplikation nach dem Piaget-Programm bezieht, können wir eindeutig positiv beantworten.

(1) Bei allen drei Invarianzaufgaben hat sich herausgestellt, daß das Piaget-Programm bei Kindergartenkindern im 5. und 6. Lebensjahr, die man nach Piaget's Phaseneinteilung dem Stadium des qualitativ-anschaulichen Denkens zuordnen kann, ein grundlegendes Verständnis für Invarianzaufgaben zu vermitteln vermag.

Fast 80 % der Kinder lösen nach Beendigung des Programms nicht nur Aufgaben, die im Übungsprogramm vorgekommen sind (Plättchen- und Umschüttaufgaben), sondern auch solche, die eine Übertragung von der Mengen- auf die Substanzerhaltung (Plastilin-Aufgabe) verlangen. Die Kinder erkennen die strukturellen Beziehungen bei Invarianz-Aufgaben und können strukturell ähnliche Aufgaben lösen, selbst wenn deren struktureller Ähnlichkeitsgrad niedrig ist. Da der Anteil der Kinder, die die Perlen- und die Plastilin-Aufgabe beherrschen, in allen drei Versuchsgruppen sich nur geringfügig unterscheidet, können wir annehmen, daß der Erhaltungsbegriff der Kinder der Piaget-Gruppe, die ihn infolge des Übungsprogramms erworben haben, in gleicher Weise gefestigt ist wie bei den "natürlichen Erhaltern" der Kontroll-Gruppe, die ihn in spontaner Auseinandersetzung mit der Umwelt erworben haben.

Ob die Kinder allerdings den Begriff der Mengenerhaltung auf die Längen- oder Flächenerhaltung übertragen können, wie es z. B. in den Untersuchungen von Gruen (1965) und Beilin (1965) verlangt wird, können wir nicht beurteilen. Wir haben diese Frage auch nicht überprüft, da die strukturellen **Beziehungen zwischen der Mengen- und der Längen- oder Flächenerhaltung für Vorschulkinder nur sehr** schwer erkennbar sind. Für die Längen- oder Flächenbeurteilung werden andere Strukturen und ein anderes spezifisches Wissen verlangt als zur Mengenbeurteilung. Das Verfügen über eine konkrete Denkoperation beinhaltet nicht, daß gleichzeitig alle strukturell ähnlichen Aufgaben gelöst werden können. Es kommt auf den strukturellen Ähnlich-

keitsgrad an, ob Übertragungen gelingen oder nicht, und der ist zwischen Aufgaben zur Mengen- und Längen- oder Flächenerhaltung sehr niedrig.

(2) Ein großer Anteil der Kinder der Piaget-Gruppe ist in der Lage, Klassifikationen nach einem Merkmal und Klassenmultiplikationen (Gitter-Aufgabe) durchzuführen. Sie zeigen nach Abschluß des Förderprogramms ein signifikant höheres Leistungsniveau als die Kinder der Kontrollgruppe. Darüberhinaus beurteilt ein signifikant größerer Anteil der Kinder der Piaget-Gruppe die Einschachtelung von Klassen richtig, obwohl diese Problematik im Übungsprogramm nicht angeklungen ist.

Zwar wurde in einigen anderen Untersuchungen festgestellt, daß auch Kindergartenkinder in komplexen didaktischen Verfahren den Inklusionsbegriff erwerben können (z. B. Kohnstamm, 1967), doch haben wir auf solche Aufgaben im Piaget-Programm verzichtet, da sie wegen ihres abstrakten Charakters einen zu geringen Anregungsgehalt für eine selbsttätige Auseinandersetzung der Kinder besitzen.
Daß die Kinder der Piaget-Gruppe trotzdem eine signifikant höhere Leistung zeigen als die Kinder der Kontroll-Gruppe, läßt sich vermutlich auf folgenden Zusammenhang zurückführen:
Elkind und Mitarbeiter (1964, 1970) stellten in ihren Untersuchungen eine enge Beziehung zwischen der Teil-Ganzes-Beachtung und der Klasseninklusion fest. Da in dem Piaget-Programm

die Gliederung und Strukturierung von Mengen und Teilmengen betont wird, haben vermutlich diese Aufgaben in Verbindung mit den Übungen zur Klassifikation bei einigen Kindern der Piaget-Gruppe das Verständnis für den quantitativen Vergleich einer Unterklasse mit der Oberklasse vorbereitet.

Auf der anderen Seite zeigt der im Vergleich zu anderen Nachtestergebnissen niedrige Anteil von 40,9 % und 16,7 % richtigen Lösungen der Piaget- und Kontroll-Gruppe, daß das Inklusionsproblem Vorschulkindern außerordentlich schwer fällt. Wir können daher mit Hamel/de Tombe (1972) und Dodwell (1962) annehmen, daß sich die verschiedenen anderen Operationen unabhängig von der Klasseninklusion entwickeln.

(3) Der systematische Aufbau einer aufsteigenden oder absteigenden Ordnungsrelation (Seriation) und die Multiplikation von Relationen werden von signifikant mehr Kindern der Piaget-Gruppe als der Kontroll-Gruppe beherrscht. Die Seriations-Aufgabe erweist sich in der gesamten Aufgabenbatterie als die leichteste, da der Anteil der richtigen Lösungen in der Kontroll-Gruppe mit 54,9 % am höchsten liegt. Daraus kann man aber nicht den Schluß ziehen, daß die Operation der Seriation die leichteste der überprüften Operationen ist, sondern nur, daß sich das Material sehr gut in eine Ordnungsrelation bringen läßt.

Wir müssen noch ausdrücklich darauf hinweisen, daß sich die von C. Stern entwickelte Aufgabenstellung in Verbindung mit den zu Türmchen zusammensteckbaren Dick-Röllchen als sehr wertvoll erwiesen hat. Den Kindern hat es sehr viel Freude bereitet, Ordnungsrelationen oder einfache Additions- oder Kombinationsaufgaben mit diesem Material durchzuführen. Darauf ist auch der hohe Anteil von nahezu 90 % systematischen Lösungen der Piaget-Gruppe zurückzuführen.

Die Aufgabe zur Multiplikation von Relationen (Röhren-Aufgabe), die der von Bruner und Kenney (berichtet in Bruner/Olver/Greenfield, 1971) ähnlich ist, bereitet größere Schwierigkeiten als die Multiplikation von Klassen. Unser Ergebnis stimmt daher eher mit dem von Mackay, Frazer und Ross (1971) als dem von Smedslund (1964) überein, der in einer Untersuchung feststellte, daß die Multiplikation von Klassen gleich gut beherrscht wird wie die Multiplikation von Relationen.

Bruner und Kenney fanden in ihrem Versuch, daß 5jährige Kinder bei Transpositionsaufgaben (Umkehrung der Anordnung) völlig versagten. Erst bei 7jährigen Kindern war ein Anstieg zu verzeichnen. In unserer Untersuchung liegt der Anteil der Kinder, die die Umkehrung im Vortest beherrschen, ebenfalls mit 8,7 % (von allen 126 Kindern) sehr niedrig, steigt dann aber im Nachtest in der Kontroll-Gruppe auf 23,9 % und der Piaget-Gruppe auf 34,1 % an. Da die Mittelwertsteigerung der Piaget-Gruppe erheblich über der der Kontroll-Gruppe liegt, zeigen die Ergebnisse einerseits, daß das Verständnis für multiplikative Ordnungen gesteigert werden kann, andererseits, daß auch nach der Förderung die Kinder noch viel an Beweglichkeit des Denkens vermissen lassen.

(4) Die Kinder der Piaget-Gruppe sind wesentlich häufiger in der Lage, den gesetzmäßigen Aufbau einer Anordnung zu erkennen und die erkannte Regel anzuwenden, als die Kinder der Kontroll-Gruppe. Außerdem können drei Viertel der Kinder der Piaget-Gruppe das Transitivitätsgesetz anwenden. Bei der Transitivitätsaufgabe ist zu berücksichtigen, daß die Kinder erst die Mengenerhaltung erkennen müssen, bevor sie die transitiven Beziehungen zwischen Mengen erfassen können. Der Anteil der Kinder, die diese Aufgabe lösen, kann also nicht größer sein als der Kinder, die invariante Antworten geben. Wie Tabelle 38 zeigt, liegt der Prozentsatz der richtigen Lösungen nur geringfügig unter dem der Perlen- und Plättchen-Aufgaben und ist identisch mit dem der Plastilin-Aufgabe. Wir können die Ergebnisse zur Transitivitätsaufgabe damit als zusätzlichen Beweis für die Höhe des operatorischen Niveaus der Kinder der Piaget-Gruppe ansehen.

Nachdem wir also die erste Versuchsfrage eindeutig positiv beantworten können, wenden wir uns der zweiten zu, in der es um das Ausmaß geht, in welchem die vorzahligen Begriffe durch das Dienes-Programm gefördert werden können. Wie die Übersichtstabelle (Tab. 38) zeigt, ist der Anteil der Kinder, die die Klassifikation nach einem Merkmal, die Multiplikation von Klassen und die Aufgabe "Reihe fortsetzen" beherrschen, in der Dienes-Gruppe und in der Piaget-Gruppe fast gleich.

Bei allen anderen überprüften Aufgaben liegen die Ergebnisse deutlich unter denen der Piaget-Gruppe

und nehmen etwa eine mittlere Position zwischen der Kontroll-Gruppe und der Piaget-Gruppe ein. Bei den Invarianzaufgaben ist aber zu berücksichtigen, daß der Vortestwert der Dienes-Gruppe deutlich über dem der Kontroll-Gruppe liegt. Die Anzahl der Kinder, die vom Vor- zum Nachtest den Invarianzbegriff erwerben, ist damit nicht größer als in der Kontroll-Gruppe.

Wir haben zwar nicht erwartet, daß die Kinder der Dienes-Gruppe den Begriff der Mengenerhaltung nach Abschluß des Förderprogramms gleich gut beherrschen würden wie die Kinder der Piaget-Gruppe, doch hätte man annehmen können, daß der vielfältige Umgang mit Mengen und Teilmengen in logischen Spielen und Übungen einen größeren Einfluß auf das Erkennen der Konstanz einer Menge gehabt hätte als die normale Kindergartenbeschäftigung. Das ist jedoch keineswegs der Fall, wie man aus unseren Ergebnissen schließen kann.

Überraschend ist weiterhin, daß die Operation der Seriation nicht von einer größeren Anzahl von Kindern beherrscht wird, obwohl diese Aufgabe relativ leicht ist und Ordnungsrelationen Bestandteil des Übungsprogramms der Dienes-Gruppe sind. Bei der Aufgabe zur Multiplikation von Relationen, die eine höhere Zuwachsrate in der Dienes-Gruppe als in der Kontroll-Gruppe aufweist, machen sich die Übungen zur Multiplikation von Klassen bemerkbar. Da der Zuwachs aber deutlich niedriger liegt als in der Piaget-Gruppe, kann man das vergleichweise schlechtere Abschneiden der Dienes-Gruppe auf das schlechtere Beherrschen des Aufbaus einer Ordnungsrelation zurückführen.

Vor allem werden auch Aufgaben, die für die Kinder aller drei Versuchsgruppen gleich fremd sind, wie z.B. die Inklusions- und Transitivitätsaufgabe, von den Kindern der Piaget-Gruppe weit besser beherrscht als von den Kindern der Dienes-Gruppe. Wir können unsere zweite Versuchsfrage dahingehend beantworten,

(1) daß das Dienes-Programm vorwiegend Operationen der Klassifikation, der Klassenmultiplikation und des Erkennens von gesetzmäßigen Anordnungen fördert,

(2) daß der Einfluß auf die anderen überprüften Operationen nur geringfügig ist.

Nach Piaget hängt die Zahlbegriffsentwicklung eng mit der Entwicklung des logischen Denkens zusammen. Diese enge Beziehung konnten Hamel und de Tombe (1972) nachweisen. Ein von ihnen zusammengestellter Test, der Aufgaben aus dem vorzahligen Bereich enthielt, "deckte sich im Großen und Ganzen" (S.86) mit dem Faktor "perzeptual-abstraktes Schlußfolgern" des holländischen Intelligenztests für Kinder von Drenth u.a. (AKIT). Auch Dienes glaubt, daß durch mathematische Übungen und Spiele logisches oder strukturelles Denken gefördert wird. In unserer dritten Versuchsfrage geht es daher um das Ausmaß, in dem das logisch-schlußfolgernde Denken durch das Dienes- und das Piaget-Programm gefördert werden kann.

Diese Frage kann eindeutig positiv beantwortet werden. Beide Programme verbesseren die Denk- und Abstraktionsfähigkeit der Kinder, wie sie vom CPM und der CMM gemessen werden, gegenüber der Kontroll-Gruppe sehr signifikant. Diese Testwertsteigerung im Nachtest läßt sich nicht auf die Testwiederholung zurückführen, da beide Tests eine hohe Zuverlässigkeit aufweisen und der Zuwachs der Kontroll-Gruppe sehr niedrig liegt.

Wie lassen sich aber einerseits die gleichen Testleistungen in der CMM und im CPM, andererseits die Unterschiede im operatorischen Niveau bei einigen vorzahligen Begriffen der Dienes- und der Piaget-Gruppe erklären?

Die Aufgaben im CPM haben -wie wir bereits erwähnt haben- eine große Ähnlichkeit mit Multiplikationsaufgaben. Von den Kindern wird beim Lösen dieser Matrizen-Aufgaben zunächst die Analyse und differenzierte Beachtung zweier Dimensionen in der Horizontalen und Vertikalen und anschließend die Kombination oder Multiplikation beider Di mensionen verlangt. Die Aufgaben in der CMM erfordern das Zusammenfassen von Objekten mit gleichen oder ähnlichen Eigenschaften und das Herauslösen des Objekts, das sich von diesen unterscheidet. Es werden in der CMM also die gleichenFähigkeiten verlangt, wie sie auch bei Klassifikationsaufgaben angesprochen werden. Da aber in der Dienes- und der Piaget-Gruppe sowohl einfache Klassifikationen als auch Klassenmultiplikationen geübt werden, beide Gruppen außerdem bei diesen Aufgaben einen gleichen Leistungsstand zeigen, müssen wir annehmen, daß sich in der Testwertverbesserung die Förderung der Fähigkeit, Objekte zu klassifizieren, bemerkbar macht. Beide Tests zeigen also eine deutliche Übungsabhängigkeit. Es erscheint uns daher fraglich, ob sie überhaupt "allgemeine Intelligenz" zu messen vermögen. Raven (1960, S. 1) wehrt sich ausdrücklich dagegen, seinen Test als einen solchen zu beschreiben, doch wird er in der Handanweisung zur "Testbatterie für geistig behinderte Kinder" (TBGB) als ein "sehr brauchbares Instrument zur Prüfung der

"allgemeinen Intelligenz" im Sinne des g-Faktors von SPEARMAN" (1969, S. 8) beschrieben. Eggert (1972) spricht ebenfalls von der CMM als einem Test der die allgemeine Intelligenz prüft.

Über eine mögliche Intelligenzsteigerung unserer geförderten Kinder machen wir daher bewußt keine Aussage. Wir sehen beide Tests vielmehr als gute standardisierte Verfahren an, um die Auswirkungen unserer Förderprogramme zu überprüfen. Da sie Ähnlichkeit zu den Operationen der Klassifikation und Klassenmultiplikation haben, können wir noch weiter spezifizieren und sagen, daß sie für unseren Zusammenhang eine Möglichkeit bieten, um das Ausmaß des Transfers von Multiplikations- und Klassifikationsaufgaben zu überprüfen.

Damit kommen wir zu unserer vierten Versuchsfrage, zur Frage nach dem Ausmaß der Übungsübertragung. Da wir diese Ergebnisse aber bereits im Zusammenhang mit der Diskussion der Ergebnisse der Versuchsgruppen erörtert haben, können wir die Frage folgendermaßen beantworten:

(1) Die Kinder der Piaget-Gruppe sind in der Lage, den Begriff der Mengenerhaltung auf die Substanzerhaltung und den Begriff der Klassifikation und der Klassenmultiplikation auf die Aufgaben in der CMM und dem CPM in großem Umfang zu übertragen. Der Umgang mit den verschiedenen Aufgaben des Piaget-Programms hat die Kinder außerdem so weit gefördert, daß sie andere logische Aufgaben mit einer anderen Problematik (Transitivität und Inklusion) zu lösen vermögen.

(2) Die Kinder der Dienes-Gruppe können den Begriff der Klassifikation und der Klassenmultiplikation auf die Testaufgaben übertragen. Doch ist das Ausmaß des Lösens neuer Probleme in dieser Gruppe deutlich niedriger ausgebildet als bei den Kindern der Piaget-Gruppe.
Wir können also, trotz der gleichen Nachtestergebnisse in der CMM und dem CPM, sagen, daß die Kinder der Piaget-Gruppe ein höheres strukturelles Niveau erreicht haben als die Kinder der Dienes-Gruppe.

In unserer fünften Frage geht es darum, welche der überprüften Variablen des Alters, der Geschlechtszugehörigkeit, der Höhe der Vortestleistungen, der Zugehörigkeit zu sozialen Gruppen und Kindergartengruppen einen Einfluß auf das Leistungsniveau der Kinder gehabt haben. Die ersten beiden erwiesen sich als wenig bedeutsam. Zwischen Jungen und Mädchen konnte weder im Vortest, noch im Nachtest des CPM und der CMM ein bedeutsamer Unterschied festgestellt werden. Außerdem besteht zwischen dem Alter und der Testwertverbesserung keine nennenswert positive Korrelation.
Grundsätzlich ist natürlich das Alter ein wichtiger Indikator des Leistungsniveaus, wie sich in anderen Untersuchungen herausgestellt hat, doch wirkt sich das Alter in unserer Untersuchung weniger aus, da wir eine relativ homogene Altersgruppe untersucht haben. Wir können aber auch in unserer Untersuchung bei der jüngsten Altersgruppe einen Unterschied feststellen. Kinder unter 5;4 Jahre scheinen vom Dienes-Programm einen geringeren Gewinn zu haben als vom Piaget-Programm.

Auch die leistungsschwächeren Kinder werden vermutlich durch das Piaget-Programm eher gefördert. Dieser Befund ließ sich jedoch nur als Tendenz aufweisen. Offensichtlich werden die jüngeren und die leistungsschwächeren Kinder von dem logisch und mathematisch anspruchsvolleren Dienes-Programm weniger angesprochen als von dem Piaget-Programm, das eher die geistige Organisation und den Entwicklungsstand des Kindes berücksichtigt.

Zwischen den sozialen Gruppen besteht sowohl im Vortest als auch in der Leistungsverbesserung ein bedeutsamer Unterschied. Kinder von Arbeitern und Handwerkern haben einen signifikant niedrigeren Vortestwert, aber von den Anregungen beider Programme einen größeren Gewinn als die Kinder von Beamten, Angestellten, Unternehmern und Akademikern (soziale Gruppen 2 und 3). Die Förderprogramme bewirken also einen Leistungsausgleich zwischen den drei verschiedenen sozialen Gruppen. Dieses Ergebnis hat seine besondere Bedeutung im Hinblick auf die gegenwärtig geführte Diskussion über schichtenspezifische Einflüsse auf das Lernen (vgl. Bernstein, 1959; Oevermann, 1969; Hechinger, 1970 u.a.) Ein Mangel an häuslicher Anregung, der durch die normale Kindergartenbeschäftigung nicht ausgeglichen wird, läßt sich durch die Förderprogramme mildern. Doch möchten wir dieses Ergebnis keineswegs überbewerten, da es durchaus von einem wichtigeren Faktor, nämlich der Qualität der Anregungsbedingungen der einzelnen Kindergärtnerin, beeinflußt worden sein kann.

Eine Kindergartengruppe, die von einer aufgeschlossenen, ideenreichen Kindergärtnerin mit einem guten Einfühlungsvermögen für den geistigen Entwicklungsstand der Kinder geführt wird, kann grundsätzlich auch ohne jedes Förderprogramm ihre Kinder optimal fördern. Solche Kindergärtnerinnen erfassen intuitiv, welche Anforderungen an Kinder gestellt werden müssen und können. Da diese erfahrenen Erzieherinnen in der Praxis natürlich selten anzutreffen sind, haben Förderprogramme, wie unsere Ergebnisse auch deutlich gezeigt haben, eine wichtige Aufgabe. Es scheint uns allerdings nicht so sehr auf ein bestimmtes gut strukturiertes Material, wie z. B. die Logischen Blöcke anzukommen, an dem die Kinder bestimmte, vom mathematischen Gesamtzusammenhang als notwendig erachtete Spiele durchführen, sondern vielmehr, (1) daß die Kindergärtnerinnen angeregt werden, an ihre Kinder ganz bestimmte Anforderungen zu stellen, (2) daß sie den Gesamtzusammenhang des kindlichen Denkens sehen, (3) daß sie ihren Unterricht so gestalten, daß Kinder selbständig zur Einsicht gelangen.

Wie die Ergebnisse zu den Aufgaben "Unterschiedsspiel" und "Ketten legen" zeigen, löst nur jeweils ein Drittel der Kinder die Aufgaben richtig. Der Anteil der Kinder, die beide Aufgaben vollständig richtig lösen, ist noch niedriger (20 %). Wir können also unsere letzte Frage dahingehend beantworten, daß bei den Kindern der Dienes-Gruppe auch nach einem 20-wöchigen Umgang mit Logischen Blöcken die Eigenschaften dieses Materials noch nicht so gefestigt sind, daß die Kinder in geübten Spielen sicher damit operieren können.

Sagi (1971) äußert sich in seinem Bericht über den Freiburger Modellkindergarten kritisch zum Umgang mit Logischen Blöcken. Er schreibt: 'Beim kindlichen 'Spiel nach Anweisungen' besteht die Gefahr, daß das Kind damit auch die nicht beabsichtige Erfahrung verinnerlicht, es verhalte sich erst dann richtig, ...wenn es sich nach einer Regel, die vorgegeben ist, bewährt" (S. 188). Er befürchtet, daß "(das) Kind letztlich nicht kritisch, sondern schematisch sich anpassend und grundsätzlich nachahmend in seinen Reaktionen sein wird" (S. 188). Wir können diese Befürchtungen aufgrund unserer Untersuchung weder entkräften noch bestätigen, doch zeigen auch unsere Ergebnisse eine gewisse Einseitigkeit des Denkens der Kinder. Ausschließlich solche Operationen weisen auf einen hohen Leistungsstand der Kinder hin, die im Dienes-Programm gründlich geübt worden sind. Alle anderen unterscheiden sich nicht wesentlich von denen der Kontrollgruppe.

Für die praktische Kindergartenarbeit ergibt sich die Frage, welchem der beiden Programm der Vorzug zu geben ist. Aus zwei Gründen scheint uns das Piaget-Programm geeigneter zu sein als das Dienes-Programm:

(1) Wie die Ergebnisse zeigen, können die überprüften Grundlagen zum Zahlbegriff mit Hilfe des Piaget-Programms in umfassenderer Weise gefördert werden. Die Kinder zeigen Beweglichkeit im Denken, zeigen eine größere Empfindsamkeit logischen Problemen gegenüber und können Gelerntes auf neue Problemstellungen übertragen.

(2) Das Piaget-Programm stellt in der gesamten Konzeption weniger hohe Anforderungen an die Kindergärtnerinnen und läßt sich mit weniger kostspieligen Materialien durchführen als das Dienes-Programm.

Da wir in unserer Untersuchung eine Tendenz beobachtet haben, daß leistungsstärkere und ältere Kinder vom Dienes-Programm einen Gewinn haben, sollte die mehr mathematisch ausgerichtete Arbeit mit Logischen Blöcken der Grundschule vorbehalten bleiben. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, Übungen und Spiele mit Logischen Blöcken im Anschluß an das Piaget-Programm zur Erweiterung und Vertiefung zu geben. Unserer Ansicht nach ist zunächst notwendig, die logischen Operationen der Invarianz, der Klassifikation und Seriation mit Hilfe des Piaget-Programms (oder einem in der Methodik anderen, modifizierten Plan) aufzubauen, bevor die Arbeit mit Logischen Blöcken und die Durchführung mathematischer Operationen mit Mengen beginnen kann. Auf diese Weise läßt sich die Kontinuität des Aufbaus geistiger Strukturen sichern, und es kann ein Übergang zum Mathematik-Unterricht der Grundschule hergestellt werden.

K) Zusammenfassung

Von der mathematischen Frage nach den Grundlagen des Zahlbegriffs ausgehend haben wir die Entwicklung der Grundfähigkeiten: Klassifikation (Klassifikation nach einem Merkmal, Multiplikation von Klassen, Einschachtelung von Klassen), Gliederungsfähigkeit, Invarianz und Seriation (Ordnungsrelation, Multiplikation von Relationen) in ihrer natürlichen Entwicklung und ihrer experimentellen Beeinflussung durch Übungs- oder Trainingsprogramme verfolgt. Auf diesen Untersuchungen aufbauend, die fast alle von Piagets Untersuchungen und seiner Theorie der geistigen Entwicklung ausgehen, haben wir ein Förderprogramm zusammengestellt, das sich in der Gestaltung an **Aeblis Theorie des Aufbaues geistiger Operationen** ("aktueller Elaborationsprozeß") und den Bedingungen des einsichtigen Lernens nach Wertheimer orientiert.

Um die Grundlagen des Zahlbegriffs fördern zu können, haben wir an das Programm (Piaget-Programm) folgende Bedingungen gestellt:

(1) Die Aufgaben und Übungen sollen an dem geistigen Entwicklungsstand des Kindes anknüpfen, um die Kontinuität des Aufbaus geistiger Strukturen zu sichern.

(2) Es werden systematisch erleichternde Faktoren berücksichtigt, die die Einsicht in den strukturellen Zusammenhang einer Operation begünstigen.

(3) In einer großen Zahl strukturell ähnlicher Aufgaben werden die zunächst an spezifischen Situationen erworbenen Begriffe erweitert und gefestigt, so daß auch Übertragungen auf strukturell weniger ähnliche Aufgaben gelingen.

(4) Alle zum Zahlbegriff als notwendig erachteten vorzahligen Begriffe werden in dem Programm gefördert und miteinander kombiniert.

(5) Es wird keine experimentelle Lernsituation aufgebaut, sondern das Programm als Bestandteil und Ergänzung der übrigen Kindergartenarbeit eingeführt.

Dieses Programm haben wir mit einem mengentheoretisch orientierten Programm (Dienes-Programm) verglichen, daß den Umgang mit Logischen Blöcken zum Mittelpunkt hat und Grundlagen zum Zahlbegriff durch das Ausführen logischer Spiele nach den Eigenschaften dieses Materials und durch das Bilden von Mengen und Teilmengen zu legen versucht.

Beide Programme haben wir 40 (Dienes-Gruppe) bzw. 44 (Piaget-Gruppe) Kindergartenkindern im Alter von durchschnittlich 5;9 Jahren aus drei verschiedenen Kindergärten gegeben und die Auswirkungen dieser Programme mit einer Kontroll-Gruppe (N=42) verglichen. Um den Leistungsstand der Kinder vor Beginn der Förderprogramme zu überprüfen, gaben wir allen Kindern zwei standardisierte Tests (Coloured Progressive Matrices und Columbia Mental Maturity Scale) und einen Kriteriumstest, der aus Aufgaben zur Invarianz, Klassifikation und Multiplikation bestand. Diese Aufgaben wurden im Nachtest durch

einige weitere (Seriation, Inklusion, Transitivität, Erkennen von Gesetzmäßigkeiten) ergänzt. Die Programme wurden von den Kindergärtnerinnen mit ihren jeweiligen Gruppen durchgeführt.

Die Ergebnisse sind recht eindeutig:

(1) Das Piaget-Programm ist in der Lage, sämtliche überprüften Operationen zu fördern. Darüber hinaus übertragen die Kinder in einem großen Umfang den Begriff der Mengenerhaltung auf die Substanzerhaltung und lösen auch andere logische Probleme, die im Programm nicht angeklungen sind (Transitivität, Inklusion) signifikant häufiger als die Kinder der Kontroll-Gruppe.

(2) Das Dienes-Programm fördert vorrangig Operationen, die geübt worden sind, Die Kinder erreichen nur bei den Aufgaben zur Klassifikation, Multiplikation von Klassen und dem Erkennen von regelmäßigen Anordnungen den Leistungsstand. In allen anderen Operationen liegt ihr strukturelles Niveau deutlich unter dem der Piaget-Gruppe und unterscheidet sich nicht wesentlich von dem der Kontroll-Gruppe.

(3) Durch beide Programme läßt sich der Testwert der beiden standardisierten Tests, die Denk- und Abstraktionsfähigkeit messen sollen, sehr signifikant gegenüber der Kontroll-Gruppe verbessern. Diese Steigerung ist darauf zurückzuführen, daß die im Test verlangten Fähigkeiten

zur Lösung der Testaufgaben große Ähnlichkeit zu Multiplikations- und Klassifikationsaufgaben besitzen. Beide Aufgabengruppen werden in beiden Programmen gefördert.

(4) Von den Anregungsbedingungen profitieren besonders solche Kinder, die im Vortest einen niedrigeren Testwert erreichen, und solche, die aus Arbeiter- und Handwerkerfamilien stammen. Das Piaget-Programm scheint für jüngere Kinder unter 5;4 Jahren und leistungsschwächere Kinder besser geeignet zu sein als das Dienes-Programm. Eine wichtige Rolle im Lernprozeß spielt die Qualität der Anregungsbedingungen der einzelnen Kindergärtnerin.

Diese Ergebnisse wurden im Gesamtzusammenhang diskutiert.

L) Literaturverzeichnis:

Ach,N.: Über die Begriffsbildung. Bamberg 1921

Ach,N.: Begriffsbildung und Suchmethode. in: Graumann,C.F. (Hrsg.): Denken. Köln, Berlin 1966, S. 335 - 358

Aebli,H.: Über die geistige Entwicklung des Kindes. Stuttgart 1963

Aebli,H.: Psychologische Didaktik. Stuttgart 1966, 2. Aufl.

Ahr,P.R., Youniss,J.: Reasons for failure on the class inclusion problem. Child Developm. 1970, 41, 131 - 143

Bärmann,F.: Rechnen im Schulanfang. Braunschweig 1968, 2. Aufl.

Bartmann,Th.: Über die Zahlvorstellung der Sechsjährigen. Der ganzheitl. Unterricht. Beil. z. Ztschr. "Unsere Volksschule", 1967, 18, Hft. 8, S. VII - XI

Bartmann,Th.: Zum Erwerb der Mengenkonstanz bei Kindern im Alter von 5 - 8 Jahren. Schule u. Psychol. 1969, 16, 85-93

Beilin,H.: Learning and operational convergence in logical thought development. J. exp. child Psychol. 1965, 2, 317 - 339

Bergius,R.: Produktives Denken (Problemlösen). in: Hdb. d. Psychol., 1. Bd. Allgemeine Psychologie. I. Der Aufbau des Erkennens. 2. Hbd. Lernen und Denken. Bergius,R. (Hrsg.) Göttingen 1964, S. 373 - 492

Bergius,R.: Analyse der "Begabung": Die Bedingungen des intelligenten Verhaltens. in: Roth,H. (Hrsg.) Begabung und Lernen. Stuttgart 1969, 3. Aufl. S. 229 - 268

Bernstein,B.: Sozio-kulturelle Determinanten des Lernens. in: Weinert,F. (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Köln, Berlin 1968, 3. Aufl. S. 346 - 372

Blank, M.: Experimentelle Ansätze zur Begriffsentwicklung bei kleinen Kindern. in: Lunzer, E.A., Morris, J.F., (Hrsg.) Das menschliche Lernen und seine Entwicklung. Stuttgart 1971, S. 85 - 118

Böttcher, H.F., Trainingsverfahren zur Entwicklung des Zahlbegriffs im Vorschulalter. Probl. Ergebn. Psychol. 1966, 19, 7 - 13

Bondy, C., Cohen, R., Eggert, D., Lüer, G.: Testbatterie für geistig behinderte Kinder TBGB. Weinheim, Berlin, Basel 1969

Braine, M.D.S., Shanks, B.L.: The conservation of a shape property and a proposal about the origin of the conservation. Canad. J. Psychol. 1965, 19, 197 - 2o7

Brainerd, C.S., Brainerd, S.H.; Order of acquisation of number and quantity conservation. Child Developm. 1972, 43, 1401 - 1406

Breidenbach, W.: Rechnen in der Volksschule. Berlin, Hannover, Darmstadt 1963

Brison, D.W.: Acceleration of conservation of substance. J. gen. Psychol. 1966, 109, 311 - 322

Bruner, J.S., Olver, R.R., Greenfield, P.M.: Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart 1971

Bühler, K.: Abriß der geistigen Entwicklung des Kleinkindes. Heidelberg 1967, 9. Aufl.

Calhoun, L.G.: Number conservation in very young children: The effect of age and mode of responding. Child Developm. 1971, 42, 561 - 572

Corah, N.: The influence of some stimulus charakteristics on color and form perception in nursery-school children. Child Devlopm. 1966, 37, 2o5 - 211

Curcio,F., Robbins, O., Ela, S.S.: The role of body parts and readiness in acquisition of number conservation. Child Developm. 1971, 42, 1641 - 1646

Denney, N.W.: A developmental study of free classification in children. Child Developm. 1972a, 43, 221 - 232

Denney,N.W.: Free classification in preschool children. Child Developm. 1972 b, 43, 1161 - 1170

Dick,O.: Die Grundlegung der Mengenlehre. Köln, Braunsfeld 1971

Dienes,Z.P.: Die Algebra der natürlichen Zahlen. Freiburg 1967

Dienes,Z.P.: Abstraktion und Generalisation. in: Dallmann,G., Heyer,P. (Hrsg.) Mathematikunterricht in der Grundschule. Weinheim, Berlin, Basel 1967 a, S. 71 - 89

Dienes,Z.P.: Moderne Mathematik in der Grundschule. Freiburg, Basel, Wien 1968 b, 2. Aufl.

Dienes,Z.P.: Aufbau der Mathematik. Freiburg, Basel, Wien 1969, 3. Aufl.

Dienes,Z.P., Golding,E.W.: Mathematisches Denken und logische Spiele. Freiburg, Basel, Wien, 1968, 2. Aufl.

Dienes,Z.P., Golding,E.W.: Methodik der modernen Mathematik. Freiburg, Basel, Wien 1970

Donaldson,M., Balfour,G.: Less is more: A study of language comprehension in children. Brit. J. Psychol. 1968, 59, 461 - 471

Dorsch,F.: Psychologisches Wörterbuch. Hamburg, Bern 1963, 3. Aufl.

Edwards,A.L.: Versuchsplanung in der Psychologischen Forschung. Weinheim, Berlin, Basel 1971

Eggert,D.: Die Columbia Mental Maturity Scale als Individualtest für normalentwickelte Kinder im Alter von 3 - 10 Jahren. in: Eggert,D. (Hrsg.) Zur Diagnose der Minderbegabung. Weinheim, Berlin, Basel 1972, S. 185 - 201

Elkind,D.: Childrens discovery of the conservations of mass, weight, and volume: Piaget replication study II. J. gen. Psychol. 1961. 98, 219 - 227

Elkind,D.: Discrimination, seriation, and numeration of size and dimensional differences in young children: Piaget replication study VI. J. gen. Psychol. 1964, 104, 275 - 296

Elkind,D.: Piaget's conservation problem. Child Developm. 1967, 38, 15 - 27

Elkind,D., Koegler,R.R., Go,E.: Studies in preschool development: II. Part-whole perception. Child Developm. 1964, 35, 81 - 90

Elkind,D., Anagnostopoulou,R., Malone,S.: Determinants of part-whole perception in children. Child Developm. 1970, 41, 391 - 397

Feigenbaum,K.D., Sulkin,H.: Piaget's problem of conservation of discontinuous quantities: A teaching experience. J. gen. Psychol. 1964, 105, 91 - 97

Fettweis,D.: Einzelheiten zum Rechenunterricht der Grundschule. in: Drenckhahn,F. (Hrsg.) Der mathematische Unterricht für die sechs- bis fünfzehnjährige Jugend in der Bundesrepublik Deutschland. Göttingen 1958

Fettweis,E., Schlechtweg,H.: Strukturen der Mathematik im Rechenunterricht. Paderborn 1972, 5. Aufl.

Figurelli,J.C., Keller,H.R.: The effects of training and socioeconomic class upon the acquisation of conservation concept. Child Developm. 1972, 43, 293 - 298

Flavell,J.H.: The developmental psychology of Jean Piaget. Toronto, New York, London 1963

Flavell,J.H.: Concept development. in: Mussen,P.H. (ed.) Carmichael's Manual of Child Psychology. Vl.1. New York 1970, 3.Ed. 983-1060

Flavell,J.H., Hill,J.P.: Developmental psychology. in: Mussen,P.H., Rosenzweig,M.R. (ed.) Annual review of psychology. Palo Alto 1969, 20, 1 - 56

Foppa,K.: Lernen, Gedächtnis, Verhalten. Köln, Berlin 1968, 4. Aufl.

Freund,H., Sorger,P.: Denken mit Lego. Freiburg 1971

Fricke,A.: Der Zahlbegriff. Westerm. Päd. Beitr. 1961, 13, 43 - 52

Fuchs,R.: Formale Bildung im Lichte der Untersuchungen zum Transfer-Problem: Transfer von Fertigkeiten. Psychol.Beitr. 1957,3,265-280

Gast,H.: Der Umgang mit Zahlen und Zahlgebilden in der frühen Kindheit. Ztschr. Psychol. 1957, 161, 1 - 90

Gelman,R.: Logical capacity of very young children: number invariance rules. Child Developm. 1972, 43, 75 - 90

Glatfeld,M.: Mathematische Grundlagen in Johannes Wittmanns ganzheitlichem Rechnen. in: Laux,J. (Hrsg.) Ganzheitliches Rechnen. Stuttgart 1969, S. 40 - 56

Goldschmid,M.L.: Different types of conservation and nonconservation and their relation to age, sex, IQ, Ma, and vocabulary. Child Developm. 1967, 38, 1229 - 1246

Griffiths,J.A., Shantz,C.A., Sigel,J.A.: A methodological problem in conservation studies: The use of relational terms. Child Developm. 1967, 38, 841 - 848

Gruen, G.E.: Experiences affecting the development of number conservation in children. Child Developm. 1965, 36, 963 - 979

Gruen, G.E.: Note on conservation: Methodological and definitional considerations. Child Developm. 1966, 37, 977 - 983

Hamel,B.R., de Tombe,H.: Piagets Zahlbegriff bei Kindern. Ztschr. Entw. Päd.Psychol. 1972, 4, 77 - 91

Hansen,W.: Die Entwicklung des kindlichen Weltbildes. München 1960, 5. Aufl.

Harris,L., Schaller,M.J., Mitler,M.M.: The effects of stimulustype on performance in a color-form sorting task with preschool, kindergarten, first-grade, and third-grade children. Child Developm. 1970, 40, 177 - 191

Hechinger,F.M. (Hrsg.): Vorschulerziehung als Förderung sozial benachteiligter Kinder. Stuttgart 1970

Heidbreder,E.: The attainment of concepts. J. gen. Psychol. 1946, 35, 137-189, 191-223
Übers.: Die Gewinnung von Begriffen: Terminologie und Methodologie. in: Graumann,C.F. (Hrsg.): Denken. Köln, Berlin 1966, 3.Aufl. S. 41o - 427

Heiss, A.: Zum Problem der isolierenden Abstraktion. Genetisch vergleichende Studien. Neue Psych.Stud. 1932,4, S. 285 - 318

Hemmer, K.G.: Der Zahlbegriff im Vorschulalter. Weinheim 1972

Hull, C.L.: Quantitative aspects of the evolution of concepts. Psychol. Monogr. 192o, 28, 1 - 6, 9 - 4o
Übers.: Quantitative Aspekte der Begriffsbildung. in: Graumann, C.F. (Hrsg.): Denken. Köln, Berlin 1966, 3. Aufl. S. 359 - 391

Hunt, McV.J.: Intelligence and experience. New York 1961

Inhelder, B., Matalon, B.: Die Untersuchung des Problemlösens und des Denkens. in: Bonn, H., Rohsmanith, K. (Hrsg.): Studien zur Entwicklung des Denkens im Kindesalter. Darmstadt 1972, S. 12 - 66

Inhelder, B., Piaget, J.: The early growth of logic in the child: classification and seriation. New York 1964

Jacobs, P.J., Vandeventer,J.: The learning and transfer of double-classification skills by first-graders. Child Developm. 1971, 42, 149 - 159

Jennings, J.R.: The effect of verbal and pictoral presentation on class-inclusion competence and performance. Psychon. Sci. 1970, 20, 357 - 358

Kahrs, E.: Experimentelle Untersuchungen über das Verhältnis zwischen Teil und Ganzem in der Gesichtswahrnehmung des Kindes. Inaugural-Diss. Phil.Fak. Univ. Münster 1949

Kainz, F.: Das Denken und die Sprache. in: Hdb. d. Psychol., 1. Bd. Allgem.Psychol. I. Der Aufbau des Erkennens. 2. Hbd. Lernen und Denken. Bergius, R. (Hrsg.) Göttingen 1964, S. 566 - 614

Kaminski, G.: Ordnungsstrukturen und Ordnungsprozesse. in: Hdb. d. Psychol. 1.Bd. Allgem. Psychol. I. Der Aufbau des Erkennens. 2. Hbd. Lernen und Denken. Bergius, R. (Hrsg.) Göttingen 1964, S. 373 - 492

Karaschewski, H.: Wesen und Weg des ganzheitlichen Rechenunterrichts. Stuttgart 1969, 2. Aufl.

Katona, G.: Organizing and memorizing. New York 1949, 2. Aufl.

Kemmler, L., Heckhausen, H.: Ist die sogenannte "Schulreife" ein Reifungsproblem? in: Ingenkamp, H. (Hrsg.): Praktische Erfahrungen mit Schulreifetests. Psychol. Praxis 1962, 30, 52 - 89

Kingsley, R.C., Hall, V.C.: Training conservation through the use of learning sets. Child Developm. 1967, 38, 1111 - 1126

Köhler, W.: Intelligenzprüfungen an Menschenaffen. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1963, 2.Aufl. (1917 1. Aufl.)

Kofsky, E.: A scalogram study of classificatory development. Child Developm. 1966, 37 (1), 191 - 2o4

Kofsky, E., Osler, S.F.: Free classification in children. Child Developm. 1967, 38, 927 - 937

Kohnstamm, G.A.: An evaluation of part of Piaget's theory. in: Sigel, J.A., Hooper, F.H. (ed.): Logical thinking in children. London, New York, Sidney, Toronto 1969, p. 394 - 423

Kothe, S.: Mathematik im Kindergarten? in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1968. Hannover 1969

Kothe, S.: Denken macht Spaß. Freiburg 197o, 4. Aufl.

Külpe, O.: Versuche zur Abstraktion. Ber. 1. Kongr. exp. Psychol. 19o4 abgedr. in: Graumann, C.F. (Hrsg.): Denken. Köln, Berlin 1966, 3. Aufl. S. 161 - 170

Larsen, G.Y., Flavell, J.H.: Verbal factors in compensation performance and the relation of conservation and compensation. Child Developm. 1970, 41, 965 - 977

Laux, J.: Die Bildung des Zahlbegriffs in den ersten drei Schuljahren. Stuttgart 1969a

Laux, J.: Aufgaben einer Psychologie bei der Erforschung mathematischer Prozesse. in: Beiträge zum Mahtematikunterricht 1968. Hannover 1969b, S. 32 - 42

Lovell, K.: Die Herausbildung des systematischen Denkens. in: Lunzer, E.A., Morris, J.E. (Hrsg.) Das menschliche Lernen und seine Entwicklung. Stuttgart 1971, S. 245 - 287

Lovell, K., Mitchell, B., Everett, J.R.: An experimental study of the growth of some logical structures. Brit. J. Psychol. 1962, 53, 175 - 188

Lovell, K., Ogilvie, E.: A study of the conservation of substance in the junior school child. Brit. J. Educ. Psychol. 1960, 30, 109-118

Mackay, C.K., Frazer, J., Ross, J.: Matrices, three by three: classification and seriation. Child Developm. 1971, 41, 787 - 797

Mehler, J., Bever, T.G.: Cognitive capacity of very young children. Science 1967, 158, 141 - 142

Meschkowski, H. (Hrsg.): Didaktik der Mathematik. Bd. I: Primarstufe. Stuttgart 1972

Metzger, W.: Die Entwicklung der Gestaltauffassung in der Zeit der Schulreife. Westerm. Päd. Beitr. 1956, 8, 531 - 543, 603 - 615

Metzger, W.: Die Entwicklung der Erkenntnisprozesse. in: Hdb. d. Psychol. Bd. 3 Entwicklungspsychologie. Thomae, H. (Hrsg.) Göttingen 1959, S. 404 - 441

Metzger, W.: Schöpferische Freiheit. Frankfurt a. M. 1962, 2. Aufl.

Metzger, W.: Psychologie. Darmstadt 1963, 3. Aufl

Metzger, W.: Psychologie in der Erziehung. Bochum 1971

Mittenecker, E.: Planung und statistische Auswertung von Experimenten. Wien 1964, 5. Aufl.

Montada,L.: Über die Funktion der Mobilität in der kognitiven Entwicklung. Stuttgart 1968

Montada,L.: Die Lernpsychologie Jean Piagets. Stuttgart 1970

Montada,L., Schulze,H.: Struktureller Transfer beim Lernen der Zahlenkonstanz durch Ausnutzen von Analogien. Schule u. Psychol. 1972, 19, 257 - 268

Mouw,J.T., Hecht,J.T.: Transfer of the "concept" of class inclusion. J. educ. Psychol. 1973, 64, 57 - 62

Mussen,P.H.: Einführung in die Entwicklungspsychologie. München 1971

Neunzig,W.: Entwurf für die systematische Gestaltung des Erstrechenunterrichts auf der Grundlage der Prinzipien von Dienes. in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1968. Hannover 1969

Neunzig,W.: Mathematik im Vorschulalter. Freiburg, Basel, Wien 1972

Neunzig,W., Sorger,P.: Einstieg in die Mathematik. Freiburg, Basel, Wien 1970

Nickel,H.: Die visuelle Wahrnehmung im Kindergarten- und Einschulungsalter. Stuttgart 1967

Nickel,H.: Untersuchung zur Bedeutung einer erhöhten Motivation für eine einzelheitliche Auffassung in der visuellen Wahrnehmung vierjähriger Kinder. Psychol. Rundschau 1968, 19, 9 - 17

Nickel,H.: Die Bedeutung planmäßiger Übung für die Entwicklung einer differenzierenden visuellen Auffassung im Vorschulalter. Zt. Entw. Päd.Psychol. 1969, 1, 103 - 118

Odenbach,K.: Einführung. zu: Rechenunterricht und Zahlbegriff. Braunschweig 1964, S.7-22

Oevermann,U.: Schichtenspezifische Formen des Sprachverhaltens und ihr Einfluß auf die kognitiven Prozesse. in: Roth,H. (Hrsg.) Begabung und Lernen. Stuttgart 1969, S. 297 - 356

Overton,W.F., Wagner,J., Dolinsky,H.: Social-class differences and task variables in the development of multiplicative classification. Child Developm. 1971, 42, 1951 - 1958

Parker,R.K., Rieff,M.L., Sperr,S.J.: Teaching multiple classification to young children. Child Developm. 1971, 42, 1779 - 1789

Peters,D.L.: Verbal mediators and cue discrimination in the transition from nonconservation to conservation of number. Child Developm. 1970, 41, 707 - 721

Petter,G.: Die geistige Entwicklung des Kindes im Werk von Jean Piaget. Stuttgart 1966

Pfaffenberger,H.: Untersuchungen über die visuelle Gestaltwahrnehmung vorschulpflichtiger Kinder. Weinheim 1960

Piaget,J.: Psychologie der Intelligenz. Zürich, Stuttgart 1947

Piaget,J.: The childs conception of number. London 1962

Piaget,J.: Quantification, conservation, and nativism. Science 1968, 162, 976 - 979

Piaget,J.: Piaget's theory. in: Mussen,P.H. (ed.) Carmichael's Manual of Child Psychology. Vl.1 New York 1970, 3.Ed. 703 - 732

Piaget,J.: Die Entwicklung des Erkennens I. Das mathematische Denken. Stuttgart 1972

Piaget,J., Inhelder,B.: Die Entwicklung der physikalischen Mengenbegriffe. Stuttgart 1969

Piaget,J., Inhelder,B.: Die Psychologie des Kindes. Olten, Freiburg 1972 a

Piaget,J., Inhelder, B.: Die intellektuellen Operationen und ihre Entwicklung. in: Bonn,H., Rohsmanith,K. (Hrsg.) Studien zur Entwicklung des Denkens im Kindesalter. Darmstadt 1972 b, S. 67 - 140

Piaget,J., Szeminska,A.: Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart 1965

Picker,B.: Der Kölner Versuch zur Gestaltung des Erstrechenunterrichts nach Z.P. Dienes. in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1968. Hannover 1969

Pratoomraj, S., Johnson, R.C.: Kinds of questions and types of conservation tasks as related to children's conservation responses. Child Developm. 1966, 37 (2), 343 - 353

Pufall, P.B., Shaw, R.E., Syrdal-Lasky, A.: Development of number conservation: An examination of some predictions from Piaget's stage analysis and equilibration model. Child Developm. 1973, 44, 21 - 27

Rauh, H.: Entwicklungspsychologische Analyse kognitiver Prozesse. Weinheim 1972

Raven, M.S.: Guide to using the coloured progressive matrices. London 1960

Resag, K.: Kind und Zahl. München 1962

Ricciuti, H.N.: Object grouping and selective ordering behavior in infants 12 to 24 months. Merril-Palmer-Quart. 1965, 11, 129 - 148

Rohracher, H.: Einführung in die Psychologie. Wien 1963, 8. Aufl.

Roll, S.: Reversibility training and stimulus desirability as factors in conservation of number. Child Developm. 1970, 41, 5o1 -5o7

Rothenberg, B.B., Courtney, R.G.: Conservation of number in very young children. Developm. Psychol. 1969, 1, 493 - 502

Rothenberg, B.B., Orost, J.H.: The training of conservation of number in young children. Child Developm. 1969, 4o, 707 - 726

Sagi, A.: Der Freiburger Modellkindergarten. Erste Erfahrungen. in: Gebauer, Th., Müller, E., Sagi, A. (Hrsg.) Begabungsförderung im Vorschulalter. Stuttgart 1971, S. 161-238

Schlaak, G.: Fehler im Rechenunterricht. Hannover 1968

Schmalohr, E.: Zur akustischen Durchgliederungsfähigkeit als Voraussetzung des Lesenlernens bei 4- bis 6-jährigen Kindern. Schule u. Psychol. 1968, 15, 295 - 303

Schmalohr, E.: Möglichkeiten und Grenzen einer kognitiven Frühförderung. Ztschr. Päd. 1970, 16, 1 - 25

Schmalohr, E.: Kognitive Entwicklung. in: Hundertmarck,G., Ulshoefer,H.ö(Hrsg.): Kleinkinderziehung. Bd. 2 Die Bildsamkeit des Kleinkindes - Gefährdung und Schäden. München 1972, S. 55 - 87

Schmalohr, E., Winkelmann, W.: Über den Einfluß der Übung auf die Entwicklung der Mengen- und Substanzerhaltung beim Kind. Ztschr.Entw.Päd.Psychol.1963,1,93-102

Schulte,D.: Feldabhängigkeit in der Wahrnehmung. Meisenheim 1974

Schurrmann, U.: Kognitive Fähigkeiten junger Kinder. Psychol.Beitr. 1971, 13, 609-617

Schwartz,M.M., Scholnick,E.K.: Scalogram analysis of logical and perceptual components of conservation of discontinuous quantity. Child Developm. 1970, 41, 695 - 705

Schwarze,H.: Grundriß des mathematischen Unterrichts. Bochum o.J. 2.Aufl.

Seifert, F.: Über Abstraktion und Gestaltauffassung. Ztschr. Psychol. 1917, 78

Selinka, R.: Der Übergang von der ganzheitlichen zur analytischen Auffassung im Kindesalter. Ztschr.Pädag.Psychol.Jugendk. 1939 40, 256 - 278 und 1940, 41, 31 - 33

Shantz, C.U.: A developmental study of Piaget's theory of logical multiplication. Merril-Palmer-Quart. 1967, 13, 121 - 137

Sharp, E.: Denken - ein Kinderspiel. Stuttgart 1970

Siegler, R., Liebert, R.M.: Effects of presenting relevant rules and complete feedback on the conservation of liquid quantity task. Developm. Psychol. 1972, 7, 133 - 138

Sigel, J.A.: The attainment of concept. in: Hoffman, M.L., Hoffman, L.M. (ed.): Review of child development research.. Vol. 1. New York 1964, 209 - 248

Sigel, J.A., Roeper, A., Hooper, F.H.: A training proceduae for acquisition of Piaget's conservation of quantity: A pilot study and its replication. Brit. J. Educ. Psychol. 1966, 36, 301-311

Skemp,R.R.: Schema-orientiertes Lernen im Bereich der Mathematik. in: Lunzer,E.A., Morris,J.F. (Hrsg.) Das menschliche Lernen und seine Entwicklung. Stuttgart 1971, S. 434 - 459

Smedslund,J.: The acquisation of conservation of substance and weight in children.

I. Introduction.
Scand.J.Psychol.1961 a, 2, 11 - 20

II. External reinforcement of conservation of weight and of the operation of addition and subtraction.
Scand. J. Psychol. 1961 b, 2, 71 - 84

III. Extinction of conservation of weight acquired 'normally' and by means of empirical controlls on a balance.
Scand. J. Psychol. 1961 c, 2, 85 - 87

IV. Attempt at extinction of the weight concept. Scand. J. Psychol. 1961 d, 2, 153 - 155

V. Practice in conflict situations without external reinforcements.
Scand. J. Psychol. 1961 e, 2, 156 - 160

VI. Practice on continuous vs. discontinuous material in problem situations without external reinforcement.
Scand. J. Psychol. 1961 f, 2, 203 - 210

Smedslund,J.: Concrete reasoning: A study of intellectual development. Monogr.Soc.Res. Developm. 1964, 29(2), Ser. No. 93

Sorger,P.: Der Begriff der Kardinalzahl. in: Mathematik 1. Funk-Kolleg. Frankfurt 1971,95-105

Stern,C.: Children discover arithmetic.
New York, Evonston 1949

Stott,D.H.: An empirical approach to motivation based on the behavior of a very young child.
J.Child Psychol.Psychiatr.1961,2,97-117

Strauss,S., Langer,J.: Operational thought inducement. Child Developm.1970,41,163-175

Uzgiris,I.C.: Situational generality of conservation.
Child Developm. 1964, 35, 831 - 841

Urpillot,E.: The development of scanning strategies and their relation to visual differentiation.
J. exp. Child Psychol. 1968, 6, 632 - 650

Volkelt, H.: Primitive Komplexqualitäten in Kinderzeichnungen. Ber. 8. Kgr. exp. Psychol. Leipzig 1923..Jena 1924, S. 204 - 208

Wallach, L., Sprott, R.: Inducing number conservation in children. Child Developm. 1964, 35, 1057 - 1071

Wallach,L., Wall, A.J., Anderson,L.: Number conservation: The roles of reversibility, addition - subtraction, and misleading perceptual cues. Child Developm. 1967, 38, 425 - 442

Wang, M.C., Resnick, L.R., Boozer, R.F.: The sequence of development of some early mathematics behavior. Child Developm. 1971, 41, 1767 - 1779

Wei,T.T.D., Lavatelli, C.B., Jones, R.S.: Piaget's concept of classification: A comparative study of socially disadvantaged and middle-class young children. Child Developm. 1971, 41, 919 - 927

Welch, L., Long, L.: The structural phases of concept formation of children. J. Psychol. 1940, 9, 59 - 95

Werner, H.: Einführung in die Entwicklungspsychologie. München 1953, 3. Aufl.

Wertheimer, M.: Das Denken der Naturvölker. 1. Zahlen und Zahlengebilde. Ztschr. Psychol. 1912, 60, 321 - 378

Wertheimer,M.: Produktives Denken. Frankfurt a.M. 1957; 1.Aufl. Productive thinking. New York 1945

Whiteman,M., Peisach, E.: Perceptual and sensorimotor supports for conservation tasks. Developm. Psychol..1970, 2, 247 - 256

Winnefeld, F.: Gestaltauffassung und Umgestaltung in genetischer Sicht. Ztschr. exp.. angew. Psychol. 1956, 6, 589 - 602

Witkin, H.A.: Ursprünge kognitiver Stile. in: Bonn,H., Rohsmanith, K. (Hrsg.): Studien zur Entwicklung des Denkens im Kindesalter. Darmstadt 1972, 287 - 323

Wittmann, J.: Theorie und Praxis eines analytischen Unterrichts in Grundschule, Hilfsschule und Volksschule. Dortmund 1929, 1.Aufl. (4. Aufl. 1967)

Wittmann, J.: Ganzheitliches Rechnen. 1. Teil: Grundlegung und Anfang. Dormund 1952, 3. Aufl.

Wohlwill,J.E.: Responses to class-inclusion questions for verbally and pictorially presented items. Child Developm. 1968, 39, 449 - 465

Wohlwill, J.E., Lowe,R., Experimental analysis of the conservation of number. Child Developm. 1962, 33, 153 - 167

Wygotski, L.S.: Denken und Sprechen . Frankfurt a.M. 1969

Ziegler, Th.: Der Begriff der Menge. in: Mathematik 1. Funk-Kolleg. Frankfurt a.M. 1971

Zimiles, H.: A note on Piaget's concept of conservation. Child Developm. 1963, 34, 691 - 695
Abgedr. in: Sigel,J.A., Hooper, F.H. (ed.) Logical thinking in children. London, New York, Sydney, Toronto 1969, p. 955-360

Zimiles, H.: The development of conservation and differentiation of number. Monogr. Soc. Res. Child Developm. 1966, 31, No. 108

M) ANHANG

PROGRAMM DER PIAGET-GRUPPE

1. Das Gliedern und Ordnen von Mengen

Lernziel: Im konkreten Umgang mit Mengen sollen die Kinder erkennen,

a) daß man Mengen ordnen, umordnen, gliedern, gruppieren, halbieren, aufteilen und verdoppeln kann;
b) daß man zwischen Elementen zweier Mengen eine Beziehung durch ein-eindeutige Zuordnung herstellen kann.

1.1 Unterscheidung der Begriffe:
geordnete-ungeordnete, große-kleine Menge

Lernziel: Eine große Menge enthält viel Elemente, eine kleine Menge wenig. Mengen können geordnet oder umgeordnet sein.

1. Aufgabe: Mengen in Unordnung und Ordnung in der Umwelt des Kindes

a) Wir suchen in der Umwelt der Kinder Mengen (eine Menge Kinder, Bauklötze, Steine, Häuser, Muggelsteine usw.). Die Mengen können viel Gegenstände haben oder wenig (viele Stühlchen, viele Kleiderhaken, wenig Mäntel, wenig Mützen usw.) Eine Menge kann aber auch nur aus einem Gegenstand bestehen. (ein Kindergarten, eine Kindergärtnerin, eine Mutter, ein Vater, ein Groschen usw.).

b) Wir suchen in der Umwelt der Kinder Dinge in Ordnung und Unordnung.

Ordnung im Gruppenraum: Stühlchen, Tische, Kakaobecher, Spielmaterial, usw.

Ordnung auf der Straße: Autos vor der Ampel in 1 oder 2 Reihen; Fußgänger auf dem Gehweg, Radfahrer auf dem Radweg, Autofahrer auf dem Fahrweg;

Ordnung auf dem Markt: Reihen von Verkaufstischen; Aufteilung in Obst-, Blumen-, Fleisch- und Backwarenstände; Ordnung auf dem Verkaufstisch; usw.

Diese Beispiele können durch beliebige andere ersetzt und in den Wochenplan eingebaut werden. Gleichzeitig kann auch die Aufmerksamkeit auf Begriffe wie z. B. "große Menge, kleine Menge, viel, wenig, einige, ein, usw." gelenkt werden.

c) Es wird der Gegensatz herausgearbeitet:
Was gibt es nur einmal, was gibt es öfter?
(z. B.: Mutter-Kinder in der Familie;
Kindergärtnerin-Kinder in der Gruppe;
Kindergarten-Gruppenräume usw.)

2. Aufgabe: Mengendarstellung mit Legeplättchen
Material: Verschiedenfarbige Legeplättchen oder Muggelsteine

Jedes Kind bekommt Legeplättchen nur einer Farbe. Es muß Platz genug zum Ausbreiten, Ordnen und Umordnen haben. Dabei können folgende Aufträge gegeben werden:

"Legt eine Menge ungeordnet (durcheinander) weit auseinander!"

"Legt eine Menge ungeordnet (durcheinander) dicht zusammen!"

"Legt eine Menge weit auseinander!
Nun schiebt sie zusammen!
Ist die Menge mehr oder weniger geworden?
Oder ist sie gleich groß geblieben?"

"Legt eine kleine Menge auf eine Seite und eine große Menge auf die andere Seite!"

"Legt eine große Menge auf eine Seite und nur ein Plättchen auf die andere Seite!"

Solche und ähnliche Aufträge können so lange wiederholt werden, bis alle Kinder den Anweisungen nachkommen können.

3. Aufgabe: Mengendarstellung durch Symbole
Material: Knetgummi, Papier und Bleistifte

a) Jedes Kind knetet sich selbst. Die Knetmännchen werden auf einen Tisch gestellt.

"Wir wollen die Knetmännchen aufstellen! Wie kann man das machen?" (Reihen: ordentlich bzw. geordnet, unordentlich bzw. ungeordnet).

b)"Wir malen eine Menge Kinder auf dem Spielplatz! Einmal weit auseinander, das andere Mal dicht zusammen."

c)"Wir malen eine Menge Vögel!
Einmal wie sie ungeordnet in der Luft fliegen, einmal wie sie auf dem Telefondraht geordnet sitzen."

1.2 Die Reihenbildung (einfache Reihe)

Lernziel: Mengen, die aus einzelnen unterscheidbaren Elementen bestehen, lassen sich in Reihen anordnen. Reihen kann man verlängern durch Hinzufügen neuer Elemente oder durch Vergrößern der Abstände. Reihen werden verkürzt, wenn man Elemente fortnimmt oder die Abstände verringert. Eine kurze Reihe kann somit viel und wenig und eine lange Reihe ebenfalls viel und wenig Elemente enthalten.

1. Aufgabe: Die lange Reihe
Material: Knetmännchen, Papier, Bleistift,
Legeplättchen, Muggelsteine

a) Ein Kind bekommt den Auftrag aus der ungeordneten Menge von Kindern eine Reihe zu bilden. Es nimmt ein Kind nach dem anderen an die Hand und führt es an den durch die Reihe vorgegebenen Platz. Die dann in der Reihe stehenden Kinder fassen auf die Schulter des Vordermannes und werden von der Erzieherin (oder einem Kind) durch den Gruppenraum und den Kindergarten geführt (Polonaise' oder 'Eisenbahn' oder 'Goldene Brücke' spielen).

b) Darstellung der langen Reihe durch die Knetmännchen.
Jedes Kind versucht, seinem Knetmännchen die Position zu geben, die es auch in der Schlange gehabt hat.

c) Darstellung der langen Reihe in einer Zeichnung mit Papier und Bleistift.

d) Darstellung der Schlange mit Legeplättchen oder Muggelsteinen.

e) Darstellung der Schlange durch Kringel (Kreise) auf dem Papier.

f)"Wir suchen Reihen! Wo können wir schöne gerade Reihen finden?" (Häuser, Bäume, Lattenzaun, Knöpfe usw.) In einer Reihe gibt es einen Anfang und ein Ende. Es gibt einen Nachbarn zur rechten und einen zur linken Seite. Einer ist der erste, einer der letzte, einer der nächste, einer der vorhergehende, einer der nachfolgende usw.

2. Aufgabe: Die Elemente einer Reihe können dicht oder weit auseinanderstehen.

Material: Legeplättchen, Muggelsteine, geometrische Figuren und anderes geeignetes Material.

a) "Wir legen eine Reihe ganz dicht und eine weit auseinander."

b) "Wir wollen aus wenig Plättchen eine genauso lange Reihe legen, wie aus vielen Plättchen."

c) "Wir legen nur eine Reihe. Zuerst legen wir sie ganz dicht, dann weit auseinander."

d) "Wo gibt es Reihen, die ganz dicht stehen? Wo findet man Reihen, die weit auseinander stehen?"

3. Aufgabe: Gegenstände in einer Reihe können sich abwechseln.

Material: Legeplättchen, Dick-Röllchen, Muggelsteine, Papier und Bleistift

a) Zunächst werden die Begriffe "wechseln" und "abwechseln" geklärt.
(z. B. Geld wechseln, Schuhe wechseln, Platz wechseln u.a.; Tag und Nacht wechseln sich ab, Sommer und Winter wechseln sich ab; usw.)

b) "Wir bilden eine lange Reihe. Abwechselnd kommt ein Junge, dann ein Mädchen."
Von dieser Aufstellung ausgehend kann man einige Spiele durchführen, bei denen die Bewegungsformen der Kinder abwechseln: z. B. das erste Kind hebt den linken Arm, das zweite den rechten, das dritte den linken usw. Oder: das erste Kind kniet sich hin, das zweite bleibt stehen, das dritte kniet sich wieder usw. (Am besten lassen sich diese Spiele in die Turnstunde einordnen.)

c) "Wir legen Reihen, in denen sich die einzelnen Teile abwechseln!" z. B.
gelbes Plättchen, rotes Plättchen ...
rotes Plättchen, rotes Plättchen, blaues Plättchen, blaues Plättchen ...
rotes Plättchen, rotes Dick-Röllchen, roter Muggelstein ...
Solche Reihen, in denen die Farben oder das Material oder Farbe und Material einander abwechseln, können in beliebiger Form erweitert werden.

d) "Wir wollen mit dem Bleistift (oder dem Buntstift) abwechselnde Reihen zeichnen!"
Z. B. großer Strich, kleiner Strich, ...
Kreis, Kreuz, Kreis ...
Kreis, Viereck, Kreis .... usw.

1.3 Doppelreihe

Lernziel: Aus einer langen Reihe läßt sich eine Doppelreihe bilden. Die Länge der Reihe wird halbiert, die Anzahl bleibt die gleiche. Jedem Element der einen Reihe ist genau ein Element der zweiten Reihe zugeordnet, so daß man jetzt von Paaren sprechen kann.

Material: Alles, was sich zu einer Reihe ordnen läßt, z. B. Knetfiguren, Legeplättchen, Muggelsteine, Bauklötze usw.

a) Die Kinder bilden zunächst wieder eine lange Schlange. Dann wird das Ende der Schlange von der Kindergärtnerin nach vorne geführt, so daß das letzte Kind neben dem ersten steht. Jedes Kind bekommt auf diese Weise einen Partner. Dann kann das Sandmann-Spiel ("Der Sandmann ist da ...") durchgeführt werden.

b) Aus Knetfiguren wird zunächst eine lange Reihe, dann eine Doppelreihe gelegt.

c) Aus Legeplättchen, Muggelsteinen oder Bauklötzen wird zunächst eine einfache Reihe und dann eine Doppelreihe gelegt.

1.4 Stück-für-Stück-Zuordnung

Lernziel: Zwei verschiedene Mengen lassen sich auf ihre Mächtigkeit hin überprüfen, indem man die Glieder zweier Mengen paarweise zuordnet.

1. Aufgabe: Zuordnung von Kindern und ihren eigenen Gegenständen.

Material: Täschchen, Mäntel, Stühlchen der Kinder.

a) Alle Kinder legen ihre Täschchen (Mäntelchen)an einer Stelle des Zimmers ab und versammeln sich an einer anderen Stelle. Es muß darauf geachtet werden, daß von jedem Kind ein Täschchen(Mäntelchen) vorhanden ist. Dann wird die Frage gestellt:" Sind es eigentlich mehr Täschchen oder mehr Kinder? Wie kann man überprüfen, ob die Mengen gleich groß sind? Und wenn man nicht zählen will?" (Jedes Kind holt sich sein Täschchen. Wenn jedes Kind ein Täschchen hat, ist die Menge der Kinder und die Menge der Täschchen gleich groß.)

b) Alle Kinder stehen von ihrem Stühlchen auf und kommen an einer Stelle des Zimmers zusammen. Dann wird die gleiche Frage gestellt, wie unter a).

Anschließend kann man folgendes Spielchen durchführen: Die Stühlchen der Kinder stehen in einer Reihe nebeneinander. Die Kinder setzen sich auf die Stühlchen und es wird überprüft, ob für jedes Kind ein Stühlchen vorhanden ist. Anschließend geht ein Kind vor die Tür und die übrigen Kinder versammeln sich an einer Stelle des Raumes. Die Kindergärtnerin stellt jetzt ein Stühlchen zu der Reihe dazu oder nimmt eines fort. Wenn das Kind in den Gruppenraum zurückgekommen ist, muß es schätzen, ob noch für jedes Kind ein Stühlchen da ist oder ob es mehr oder weniger Stühlchen als Kinder gibt. Jedesmal muß Wert auf die Technik des Zuordnens gelegt werden: Das Kind holt sich nacheinander ein Kind aus der Gruppe und setzt es auf das Stühlchen. Es überprüft auf diese Weise, ob seine Schätzung richtig war.

c) Zuordnung von Kindern und Knetfiguren
Jedes Kind holt sich sein, in der vergangenen Woche geformtes Knetmännchen. Die Knetfiguren werden von den Kindern auf einen Tisch gestellt,und es wird gefragt, ob mehr Knetfiguren oder mehr Kinder vorhanden seien. Dabei kann die Anordnung der Knetfiguren wechseln (z. B. ungeordnet und

weit auseinander, ungeordnet und dicht zusammen; geordnet in einer Reihe bzw. Doppelreihe weit auseinander oder dicht zusammen). Nach jeder Anordnung wird die Frage gestellt: "Gibt es mehr Knetfiguren oder mehr Kinder? Wie kann man überprüfen, ob es mehr Knetfiguren oder mehr Kinder gibt?"

d) Folgende Zuordnungsübung läßt sich am besten in einer Turnstunde durchführen, in der jedes Kind ein Gerät (z. B. einen Ball oder ein Sprungseil) zur Übung erhält. Vor der Stunde liegen alle Bälle (Sprungseile) auf einem Haufen zusammen. Es sollten anfänglich möglichst mehr Bälle als Kinder vorhanden sein.
Frage: "Gibt es mehr Bälle oder mehr Kinder? Wie kann man es prüfen?"
Wenn sich alle Kinder einen Ball geholt haben, werden die Bälle von den Kindern in die Turnhalle geworfen. Die Kinder bleiben stehen. Jetzt wird wieder die Frage nach der Gleichheit der Mengen gestellt. Bei Unsicherheit kann die Zuordnung überprüft werden.

Anschließend werden die Bälle an einem Platz der Turnhalle zusammengelegt und die Kinder laufen durcheinander. Auf Komando bleiben die Kinder stehen, und es wird wieder die Frage nach der Gleichheit von Bällen und Kindern gestellt.

2. Aufgabe: Zuordnung verschiedener Materialien

Material: Puppen-Puppenbettchen, Tassen-Untertassen, Topf-Deckel; Muggelsteine, Legeplättchen, Bauklötze, Dick-Röllchen usw.

a) Ein Kind bildet aus Untertassen (Puppenbettchen oder Töpfen) eine Reihe, das zweite Kind soll jeder Untertasse eine Tasse (jedem Puppenbettchen eine Puppe, jedem Topf einen Deckel) zuordnen. Bleibt weder von der einen Menge, noch von der anderen Menge ein Element übrig, so sind beide Mengen gleich groß.

b) In Partnerarbeit wird die Zuordnung an anderen Materialien geübt:
Ein Kind legt z. B. eine lange Reihe Muggelsteine, das zweite legt eine Reihe Legeplättchen dazu. Das Gleiche läßt sich auch mit Bauklötzen oder anderem Kindergartenmaterial durchführen.

3. Aufgabe: Der Vergleich von gleichen und ungleichen Mengen

Material: Legeplättchen, Muggelsteine, Dick-Röllchen und(sofern vorhanden)Filztafel und Filzscheiben.

a) Die Erzieherin legt mit Filzscheiben (an der Filztafel) oder mit Plättchen folgende Anordnungen. Die Kinder sollen angeben, ob in den Mengen gleich viel,mehr oder weniger Elemente enhalten sind.

1) o o o o o o
   o o o o o o

2) o o o o o o
   o o o o

3) o o o o
   o o o o o o

4) o o o o o o o
      o o o o o

5) o o o o o o o
   o o o o o

6)   o o o o o
   o o o o o

7)   o o o o
   o o o o o

Gleiche und ähnliche Anordnungen kann man mit beliebigen anderen Materialien durchspielen. Dabei muß aber immer darauf geachtet werden, daß die Dichte der beiden Reihen gleich ist, daß also jedem Element der einen Reihe genau ein Element der anderen Reihe gegenübersteht.

b) Gleiche und ungleiche Mengen in einer Reihe und einer Stange von Dick-Röllchen.
Jedes Kind bekommt z. B. 5 einzelne Dick-Röllchen einer Farbe und eine aus 7 Röllchen zusammengesteckte Stange einer zweiten Farbe. Die einzelnen Röllchen werden in einer Reihe nebeneinander auf den Tisch gestellt.

Frage: "Gibt es mehr Röllchen in der Reihe, oder gibt es mehr Röllchen in der Stange?" Überprüft wird, indem die Röllchen der Stange auseinandergebrochen werden und den Röllchen der Reihe zugeordnet werden. Diese Übung kann mit verschiedenen Zahlenkombinationen wiederholt werden, z. B.:

Reihe	Stange
3	5
6	6
6	5
4	3
8	8
8	10

Die gleiche Aufgabe kann mit Bierdeckeln wiederholt werden. Dabei sind die Bierdeckel einmal in einer Reihe angeordnet, zum anderen in einem Stapel zusammengelegt.

1.5 Aufteilen, Verdoppeln und Gleichmachen von Mengen

Lernziel: Mengen lassen sich durch die Operation der ein-eindeutigen Zuordnung verdoppeln, verteilen oder gleichmachen.

1. Aufgabe: Gleichmachen verschieden großer Mengen
Material: Plättchen, Bauklötze, Lego-Steine, Muggelsteine u.a.

Jedes Kind bekommt 2 unterschiedlich große Mengen von Plättchen (nur einer Farbe)."Wir wollen daraus einmal 2 gleich große Haufen machen". Anschließend wird die Vorgehensweise der einzelnen Kinder verglichen. Man kann z. B.

a) erst zählen und dann aufteilen,
b) zuerst alle zusammenlegen und dann aufteilen,
c) gleichzeitig von jedem Haufen je ein Plättchen nehmen und an einen anderen Platz legen.

Diese Aufgabe muß mit verschiedenen anderen Materialien gründlich geübt werden.

2. Aufgabe: Aufteilung einer Menge in zwei gleiche Teile

a) Jedes Kind bekommt einen Haufen Muggelsteine (oder anderes Material).

"Daraus wollen wir einmal zwei gleich große Haufen herstellen!"

b) Zwei Kinder bekommen zusammen einen Haufen Plättchen, der auf beide Kinder gleichmäßig verteilt werden soll. Die Richtigkeit der Aufteilung läßt sich überprüfen, indem die Plättchen beider Mengen in zwei Reihen gelegt werden, so daß jedem Plättchen der einen Reihe genau ein Plättchen der anderen Reihe entspricht.

3. Aufgabe: Verdoppeln

2 Kinder arbeiten wieder zusammen. A soll doppelt so viel Plättchen auf den Tisch legen wie B bereits hingelegt hat. Anschließend werden die Rollen vertauscht und B legt doppelt so viel Plättchen hin, wie A hingelegt hat.

II. Die Invarianz von Mengen

Lernziel: Die Anzahl einer Menge bleibt erhalten, auch wenn die Anordnung der Glieder verändert wird. Mengen werden nur dann vergrößert oder verringert, wenn man Elemente fortnimmt oder hinzufügt.

1. Aufgabe: Die Mengenerhaltung bei Fingern und anderen Gegenständen

Material: Legoplättchen, Muggelsteine, Legesteine usw.

1. Anordnung: Die Kindergärtnerin streckt ihre Hand aus. Zunächst mit eng zusammengelegten, dann mit weit auseinandergespreizten Fingern.
   Frage: "Habe ich noch immer gleich viel Finger?"
2. Anordnung: Die Finger der einen Hand liegen eng zusammen, die der zweiten Hand sind weit gespreizt.
   Frage: "Habe ich an der Hand oder an dieser Hand mehr Finger. Oder habe ich an beiden Händen gleich viel Finger?"
3. Anordnung: Die Kindergärtnerin schiebt sich auf jeden Finger beider Hände einen Gummiring. Die Finder der einen Hand liegen eng zusammen, die der anderen Hand sind weit gespreizt.
   Frage: "Habe ich an dieser Hand mehr Gummiringe oder an der Hand. Oder habe ich an beiden Händen gleichviel Gummiringe?"
4. Anordnung: Die Gummiringe der einen Hand werden in einer Reihe auf den Tisch gelegt. Die andere Hand wird gespreizt.
   Frage: "Sind auf dem Tisch oder an meiner Hand mehr Gummiringe oder sind beides gleich viel Gummiringe?"

5. Anordnung: Die Gummiringe auf dem Tisch werden durch Plättchen ersetzt und weit auseinandergeschoben.
Frage: "Habe ich mehr Plättchen oder mehr Gummiringe oder sind beides gleich viel?"

6. Anordnung: Es werden 2 Reihen von je 5 Plättchen gelegt. Zunächst wird eine Reihe weiter zusammengeschoben. Anschließend die gleiche Reihe weiter auseinandergezogen. Nach jeder Veränderung wir die Frage gestellt: " Haben wir noch gleichviel Plättchen oder sind in der einen Reihe mehr oder in der anderen Reihe mehr Plättchen?"

2. Aufgabe:

Material: Legeplättchen, Muggelsteine, Legosteine usw.

Von der Kindergärtnerin werden zunächst 2 Reihen von Legeplättchen gelegt, die die gleiche Dichte haben.

o o o o o o o
o o o o o o o

Dann verändert die Erzieherin die 2. Reihe.

o o o o o o o

Glauben die Kinder jetzt, die 2. Reihe enthalte mehr Elemente, so nimmt die Kindergärtnerin zunächst das mittelste Plättchen fort. Anschliessend wird gefragt, ob in der 2. Reihe noch immer mehr Plättchen vorhanden seien. Wenn die Kinder noch der gleichen Überzeugung sind, nimmt die Kindergärtnerin ein zweites evtl. ein drittes oder viertes Plättchen aus der Mitte fort.

o o o o o o o
o o o o o o o
o o o o o
o o o o
o o o o

Die Veränderungen werden solange vorgenommen, bis die Aufmerksamkeit nicht auf der Länge, sondern auf der Dichte der Reihe liegt. Dann werden wieder Elemente dazugelegt. Evtl. kann das Spielchen von vorn beginnen, wenn die Kinder wieder der Überzeugung sind, daß in der 2. Reihe mehr Elemente enthalten sind. Die Aufgabe kann abgebrochen werden, wenn die Kinder Länge und Dichte der Reihe zueinander in Beziehung setzen können. Sie müssen erkennen, daß man aufgrund der Länge einer Reihe nicht auf ihre Anzahl schließen kann. Die gleiche Aufgabe kann auch mit anderen Materialien z. B. Bauklötzen wiederholt werden.

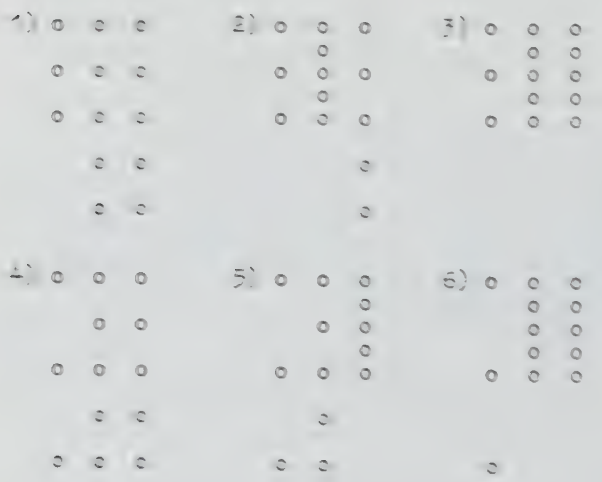
3. Aufgabe:

Die Kindergärtnerin bildet eine Reihe aus 7 Untertassen. Eines der Kinder ordnet eine 2. Reihe aus Tassen zu. Die Reihe der Tassen wird dann zusammengeschoben, dabei soll der Anfang beider Reihen aber gleich bleiben. Behaupten die Kinder nun, in der zusammengeschobenen Reihe seien weniger Elemente enthalten, so werden noch einige Tassen dazugestellt, bis beide Reihen wieder gleich lang sind.
Anschließend werden die Tassen auf die Untertassen gestellt. Die Kinder stellen nun fest, daß die Tassen, die dazugestellt worden sind, übrig geblieben sind.

Die gleiche Anordnung wird wiederholt, nur daß bei der zweiten Aufgabe die Reihe der Untertassen zusammengeschoben wird. Die Kinder müssen sich bei dieser Aufgabe darauf besinnen, daß man nur durch die paarweise Zuordnung überprüfen kann, ob beide Mengen gleich groß sind. Sie sollen erkennen, daß die Verkürzung oder Verlängerung der Reihe nichts über die Vergrößerung oder Verringerung der Menge aussagt.

3. Aufgabe: Vergleich von drei Reihen

Es werden drei parallele Reihen aus Legeplättchen oder Bauklötzen gelegt, in denen die Anzahl der Elemente und die Längen der Reihen wechseln. Einmal sind die Reihen mit gleicher Anzahl gleich lang, einmal die Reihen mit verschiedener Anzahl.
Frage: "Welche Reihe ist kürzer, welche ist länger? In welchen Reihen sind gleich viel Plättchen enthalten?"



Die Plättchen können auch in horizontalen Reihen liegen.

III. Klassifikation

Lernziel: Gegenstände unterscheiden sich durch ihre unterschiedlichen Eigenschaften. Sie lassen sich nach einem oder mehreren ihnen allen gemeinsamen Merkmalen ordnen und in Gruppen zusammenfassen.

1. Einfache Klassifikation

Lernziel: Zu einer vollständigen Klasse gehört:

a) daß alle Gegenstände einer Gruppe ein gemeinsames Merkmal besitzen müssen,

b) daß alle Gegenstände, die dieses Merkmal besitzen auch ausgewählt werden.

1. Aufgabe: Freie Klassifikation

Material: Bauklötze, Legosteine, Muggelsteine, Spielautos, Puppengeschirr, u. a. Kindergartenmaterial; 4 Behälter (Schachteln oder Eimer)

a) Die Gegenstände liegen durcheinander auf dem Tisch. Sie sollen in die 4 Schachteln eingeordnet werden.

Es muß überlegt werden, nach welchem gemeinsamen Merkmal die Gegenstände eingeordnet werden können (z. B. nach dem Material, der Farbe, der Brauchbarkeit).

b) Die Materialien liegen durcheinander auf dem Tisch. 4 Kinder (Wächter) bekommen je eine Schachtel. Die Kindergärtnerin flüstert jedem Kind ins Ohr, welche Gegenstände das Kind in die Schachtel hineinlassen darf z.B. A nur Muggelsteine, B nur Legosteine, C nur Bauklötze, D nur Legeplättchen. Die restlichen Kinder nehmen sich einen Gegenstand vom Tisch, gehen zu den "Wächtern" hin und fragen, ob sie ihren Gegenstand in die Schachtel hineinlegen dürfen. Die "Wächter" lassen nur die Gegenstände in ihren Behälter hinein, die dem von ihnen "beaufsichtigten" Merkmal entsprechen.

Das gleiche Spiel kann auch mit 5 Materialien durchgeführt werden. Dann bleibt eine Restmenge übrig, die man in keinem Behälter unterbringen kann.

2. Aufgabe: Klassifikation nach Farbe

Material: Legeplättchen oder Muggelsteine, geometrische Figuren (Dreieck, Kreis, Quadrat; in den Farben blau, rot, grün, gelb; hergestellt aus Pappe, und mit DC-Fix beklebt)

a) Legeplättchen (Muggelsteine) liegen vermischt auf dem Tisch. "Legt die Plättchen zusammen, die zusammengehören!" "Macht aus den Plättchen einer Farbe eine lange Schlange!"

b) Die geometrischen Figuren liegen vermischt auf dem Tisch. Die Kindergärtnerin hebt eine Figur auf und fragt nach der Farbe. Dann werden alle Figuren, die diese Farbe besitzen herausgeholt und an einer Stelle zusammengelegt. Entsprechend verfährt man bei den anderen Farben. Anschließend bekommt jedes Kind seine geometrischen Figuren, die es nach der Farbe klassifizieren kann.

c) Die geometrischen Figuren liegen vermischt auf dem Tisch, davor liegen 4 Bogen Papier, auf denen je ein Farbfleck gemalt wurde. "Sucht alle Figuren, die rot sind. Legt sie auf das Papier mit dem roten Fleck."

d) Auf dem Tisch liegen durcheinander Plättchen, Muggelsteine, geometrische Figuren, Dick-Röllchen. Anschließend kann das Spielchen mit den 4 Behältern und den Wächtern durchgeführt werden. Die Wächter lassen in ihren Behälter nur rote, grüne, blaue oder gelbe Gegenstände hinein.

3. Aufgabe: Klassifikation nach geometrischen Figuren

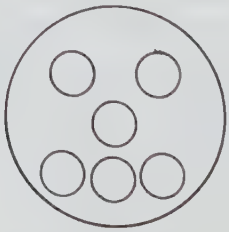
Material: Geometrische Figuren; ein runder Karton, ein quadratischer Karton, ein dreieckiger Karton

a) Alle roten Elemente liegen vermischt auf dem Tisch. Die Erzieherin hebt einen Kreis auf. Frage: "Wer kennt diese Figur? Wer kann mir noch einen Kreis zeigen? Legt alle Kreise zusammen!"

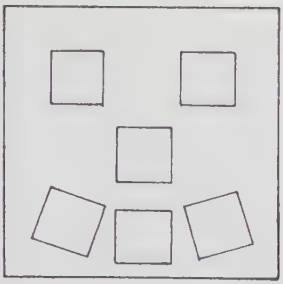
Das gleiche wird mit den anderen Figuren durchgeführt. Es müssen dabei besonders die Begriffe Dreieck, Kreis, Quadrat und der Begriff Form betont werden.
Das gleiche wird mit den anderen Farben wiederholt. Bei jeder Farbe müssen also die Formen isoliert erarbeitet werden.

b) In Partnerarbeit läßt sich folgende Aufgabe durchführen: Jedes Paar bekommt drei verschiedene Zettel auf denen je ein Quadrat, ein Kreis und ein Dreieck gezeichnet ist. Eines der beiden Kinder legt einen bestimmten Zettel hin (z. B. mit dem Kreis) und das andere Kind muß die Figuren heraussuchen, die diesem Zettel entsprechen.

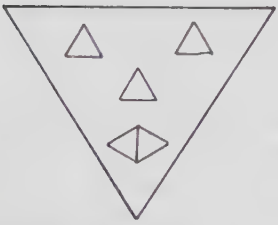
c) Gesichter legen
Zunächst wird Herr "Rundmann" gelegt. Alle geometrischen Figuren liegen vermischt auf dem Tisch. Davor liegt ein rundes Stück Karton. Frage:"Wer zeigt mir eine Figur, die so rund ist, wie dieses Stück Karton? Wir wollen einmal "Herrn Rundmann" legen! 2 Kreise für die Augen, einen für die Nase, drei für den Mund". Anschließend wird"Herr Quadrat" und "Herr Dreieck" gelegt. Dabei gehen wir in der gleichen Weise vor, wie bei dem Herrn "Rundmann".



Herr Rundmann



Herr Quadrat



Herr Dreieck

4. Aufgabe: Klassifikation nach Körpern

Material: Etwa ein Dutzend Gegenstände, ausgewählt aus den drei Kategorien:

a) kugelförmig: z.B. Bälle, Perlen, Knicker;

b) zylindrisch: z.B. Keksdosen, A tadosen Gemüsedosen;

c) rechtecksäulenförmig: z.B. Schachteln verschiedener Art.

a) Alle Gegenstände liegen vermischt auf dem Boden. Die Kindergärtnerin hält einen Ball hoch. "Wer kann mir noch einen Gegenstand zeigen, der die gleiche Form hat, wie dieser Ball Legt alle Kugeln auf einen Haufen!"
Die Kindergärtnerin lenkt dann die Aufmerksamkeit auf die Schachteln. Die Kinder sollen Ecken und Kanten abtasten. "Wer kann mir einen anderen Gegenstand zeigen, der soviel Ecken

hat, wie dieser? Legt alle Schachteln zusammen!" Dann wird festgestellt, ob alle restlichen Gegenstände (Zylinder) ähnlich sind. Die Dosen werden zusammengelegt und die Kinder umfahren die runden Flächen mit den Händen.

b) Jedes Kind erhält einen Gegenstand, alle Kinder stellen sich in einer Reihe auf. Der erste der Reihe darf jetzt seinen Gegenstand auf einen Tisch legen. Der zweite vergleicht, ob sein Gegenstand ähnlich dem ersten ist. Wenn ja, legt er ihn dazu, wenn nein, legt er ihn auf einen zweiten Tisch. Das dritte Kind vergleicht seinen Gegenstand mit den Gegenständen der Gruppe 1 und 2 und legt seinen Gegenstand dazu oder fängt die dritte Gruppe an, indem er seinen Gegenstand auf den dritten Tisch legt. Anschließend vergleichen alle Kinder, welcher der drei Gruppen sie ihren Gegenstand beifügen können.

5. Aufgabe: Klassifikation durch Abtasten der Gegenstände

a) Abtasten von Körpern

Material: Ein Korb oder eine größere Schachtel, die zugedeckt ist mit einem Tuch; folgende Gegenstände werden benötigt:

a) kugelförmige: Tischtennisbälle, Äpfel, Perlen usw.
b) runde-flache: Gläserdeckel verschiedener Größen, (z.B. Marmelade, Nescafe, Babyessen, usw.)
c) ringförmige: Armbänder, Vorhangringe, usw.
d) kantige: Würfel, Bauklötze, kleine Schachteln usw.

Von jeder Gegenstandsgruppe (Ball, Deckel, Ring, Bauklotz) liegt ein Exemplar auf dem Tisch. Die Kindergärtnerin legt einen der Gegenstände, so daß die Kinder es nicht sehen können, in den Korb. Dann sagt sie: "Ich lege jetzt einen Gegegenstand in den Korb, der so aussieht, wie eines dieser Dinge hier auf dem Tisch. Jedes Kind darf einmal unter das Tuch fassen und den Gegenstand gründlich befühlen. Es beschreibt uns dann, wie der Gegenstand aussieht und legt ihn zu den anderen auf den Tisch.
Es darf ihn aber erst dann hervorholen, wenn es gesagt hat, wie der Gegenstand aussieht und zu welcher Gruppe von Gegenständen er paßt."
Nacheinander greifen nun alle Kinder unter das Tuch und jedes Kind darf einen Gegenstand hervorholen. Nach 2 oder 3 Durchgängen kann man auch nur mit einer Hand befühlen lassen.

b) Abtasten von geometrischen Figuren
Material: Der gleiche Korb, alle geometrischen Figuren.
Je ein Kreis, Quadrat und Dreieck liegen auf dem Tisch. In dem Korb liegen bereits alle geometrischen Figuren. Nacheinander greift jedes Kind unter das Tuch, betastet einen Gegenstand mit einer Hand und klassifiziert ihn den drei verschiedenen Gruppen zu.

6. Aufgabe: Klassifikation nach Größe

Material: Eine Reihe von Gegenständen, die äußerlich gleich sind, sich aber in der Größe unterscheiden, z.B.: große und kleine Tuben Zahnpasta (gleiche Marke); Eßlöffel und Teelöffel; große und kleine Dose Milch; Teller und Untertasse; großer und kleiner Bauklotz; großer und kleiner Bleistift usw.

a) Die Gegenstände liegen verstreut auf dem Boden. Die Kindergärtnerin greift einen Gegenstand (z. B. eine Milchdose) heraus und fragt:"Wer findet eine Dose, die genauso aussieht wie diese? Sind beide gleich? Wer findet noch andere Gegenstände, die gleich aussehen?"
Es sollten soviel Gegenstände vorhanden sein, daß jedes Kind mindestens ein Paar heraussuchen kann. Die kleinen und die großen Gegenstände werden jeweils in einer Gruppe zusammengelegt (anschließend kann man aus den kleinen Gegenständen eine Reihe bilden und die großen parallel dazu anordnen lassen). Es bietet sich an, zur Wiederholung eine Invarianzaufgabe anzuschließen.

b) Von den Gegenstandspaaren liegt nur einer, entweder ein großer oder ein kleiner, auf dem Boden. Die restlichen Gegenstände werden von der Kindergärtnerin mit einem Tuch zugedeckt. Die Kindergärtnerin hebt anschließend einen Gegenstand (z. B. einen Bleistift hoch

und fragt:"Ist dieser Bleistift groß oder klein?" Die als groß oder klein geschätzten Gegenstände werden jeweils in einer Gruppe zusammengelegt. Bei diesen Beurteilungsversuchen werden sich u. U. Meinungsverschiedenheiten ergeben, welchen Gegenstand man als groß oder klein bezeichnen kann. Kinder sollen dabei aber möglichst selbständig zu der Einsicht gelangen, daß Gegenstände nicht ansich groß oder klein sind, sondern daß man nur immer im Vergleich mit einem zweiten Gegenstand sagen kann, ob er groß oder klein oder gleich groß ist.

7. Aufgabe: Umklassifizieren

Material: Alle geometrischen Figuren
Jedes Kind bekommt seine geometrischen Figuren. Es wird aufgefordert, sie zu ordnen. Dabei ist es gleichgültig, ob die Figuren zunächst nach der Farbe oder nach der Form geordnet werden. Anschließend werden die Kinder gefragt, ob man die Figuren nicht anders (nach dem nicht beachteten Merkmal) ordnen könne.

8. Aufgabe: Klassifikation durch Verneinung
Material: Dick-Röllchen, Legeplättchen, Muggelsteine, geometrische Figuren, eine Schachtel.

a) Die Röllchen (Legeplättchen, geometrischen Figuren) liegen vermischt auf dem Tisch. Die Kindergärtnerin stellt folgende Frage: "Wer findet ein Röllchen, das nicht rot ist? Legt es in die Schachtel! Legt alle Röllchen,

die nicht rot sind in diese Schachtel! Macht aus den roten und nicht roten Röllchen je eine lange Schlange."

Anschließend kann man Dick-Röllchen, Legeplättchen, Muggelsteine und geometrische Figuren auf dem Tisch vermischen und die gleiche Aufgabe stellen.

b) Auf dem Tisch liegen die geometrischen Figuren verstreut. Die Kindergärtnerin fragt: Wer findet eine Figur, die kein Kreis ist. Legt alle Figuren, die kein Kreis sind, in die Schachtel!"
(Diese Aufgabe läßt sich mit Bau-Aufgaben verbinden, z. B.: "Bau einmal aus den Figuren, die keinen Kreis darstellen, ein Haus!")

c) Alle geometrischen Figuren liegen vermischt auf dem Tisch. Die Kindergärtnerin fragt: "Wer findet eine Figur, die nicht rot und kein Kreis ist? Legt alle Figuren, die nicht rot und kein Kreis sind in die Schachtel." Wiederholungen mit anderen Kombinationen, z. B.: nicht grün und kein Dreieck, können angeschlossen werden.

2. Multiplikation von Klassen

Lernziel: Wenn man 2 Klassen von Gegenständen so anordnet, daß die Klasse der einen Gegenstände die Klasse der anderen Gegenstände schneidet, so entsteht im Schnittpunkt eine neue Klasse, die gleichzeitig beide Eigenschaften der beiden anderen Klassen besitzt.

1. Aufgabe: Verdoppeln eines Musters
Material: Alle geometrischen Figuren

5 Figuren werden in einer Reihe gelegt.
"Wer kann eine Reihe bilden, die genauso aussieht, wie diese?"

Bei Schwierigkeiten kann man die Aufgabe auch in Einzelschritte zerlegen:"Wer findet ein blaues Dreieck? Lege es diesem blauen Quadrat genau gegenüber! Wer findet einen roten Kreis .."

Die Aufgabe läßt sich auch in Partnerarbeit durchführen:
A legt eine Reihe von 3 (4 oder 5) Figuren vor,
B legt die identische Parallelreihe dazu.

Dann wird gewechselt: B legt eine Reihe vor,
A legt nach usw. ....

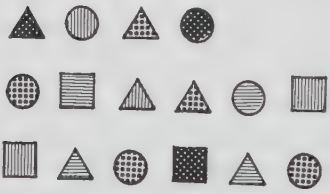
2. Aufgabe: Fortsetzen eines Musters

Material: Legeplättchen und geometrische Figuren.

a) "Wir legen eine bunte Schlange!"
Die Kindergärtnerin legt mit Legeplättchen den Anfang der Schlange, z. B.: rot-blau-rot-blau usw. "Wer kann die Schlange fortsetzen?" Anschließend können auch kompliziertere Wechsel vorgenommen werden, z. B.: ein rotes, zwei blaue, ein grünes Plättchen usw.
Diese Aufgabe läßt sich auch in Partnerarbeit durchführen: A denkt sich einen Wechsel aus, B vervollständigt die Reihe.

b) Die rot-blau-Schlange wird mit geometrischen Figuren wiederholt. Dabei müssen die Kinder von der Form absehen.

c) Einfaches Farb-Form-Muster
Die Kindergärtnerin legt einige Figuren vor, aus denen man die Gesetzmäßigkeit erkennen kann, die Kinder setzen dann die Reihe fort.



3. Aufgabe: Multiplikation von Form und Farbe

Material: Alle geometrischen Figuren

Die Kindergärtnerin legt eine Reihe geometrischer Figuren, die die gleiche Farbe besitzen; z. B.: das gelbe Dreieck, den gelben Kreis und das gelbe Quadrat.
"Wer kann auch so eine Reihe mit den blauen Figuren legen?" Das Dreieck kommt dabei unter das Dreieck, der Kreis unter den Kreis, das Quadrat unter das Quadrat.
"Wer legt die roten, wer die grünen Figuren?"

a) (Die geometrischen Figuren werden so angeordnet, daß in den Reihen die Farben und in den Spalten die Formen untergebracht sind.)

"Wer legt einmal eine Reihe Dreiecke? Wer legt eine Reihe Kreise so darunter, daß die Farben übereinstimmen? Wer legt eine Reihe Quadrate dazu?"

b) (Die geometrischen Figuren werden so angeordnet, daß in den Reihen die Formen und in den Spalten die Farben untergebracht sind.)
Aufgabe a) und b) können in Partnerarbeit durchgeführt werden.

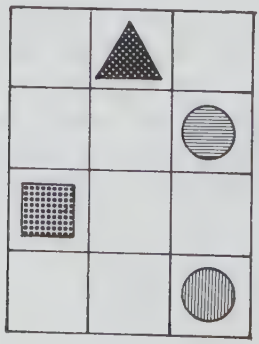
c) Ergänzung einer Figur
"Haltet einmal alle eure Augen zu. Ich nehme eine Figur fort. Ihr sollt mir dann sagen, wie die Figur aussehen muß, die in diese Lücke paßt!"
Wiederholung mit anderen Figuren
Partnerarbeit: Einer nimmt die Figur fort, der andere muß sagen, welche Eigenschaften die Figur besitzt, die fortgenommen wurde.

d) Aus einer vollständigen Anordnung wird eine Figur (oder 2 Figuren) fortgenommen und unter die restlichen nicht gebrauchten Figuren vermischt. Die Kinder sollen die Anordnung wieder vervollständigen. Es können zwei untereinander oder nebeneinander, zwei nichtbenachbarte oder 2 Figuren aus der Diagonalen fortgenommen werden.

Wenn Hilfen benötigt werden, sollte man die Aufmerksamkeit der Kinder zuerst auf ein Merkmal, z. B. die Form, dann auf das 2. Merkmal, die Farbe lenken. ("Wie sehen die Figuren aus, die in dieser Reihe sind? Wie sehen die Figuren aus, die in dieser Spalte sind?) Die Aufgabe läßt sich auch gut in Partnerarbeit durchführen.

f) Durcheinandergeratene Reihen werden geordnet. Die Kinder drehen sich um und die Kindergärtnerin vertauscht in einer vollständigen Anordnung die Lage von 2 Figuren (später 4 oder 6 Figuren). Die Kinder müssen anschliessend feststellen, welche Figuren vertauscht worden sind.

g) Aufbau einer Anordnung, wenn nur 4 Figuren vorgegeben sind.
Auf einem Karton ist das 3x4 Muster eingezeichnet. Die Kindergärtnerin legt nur 4 Figuren in die Felder. Die Kinder müssen das ganze Muster aufbauen. Man muß aber darauf achten, daß in jeder Spalte oder in jeder Reihe auch wirklich nur eine Figur liegt.

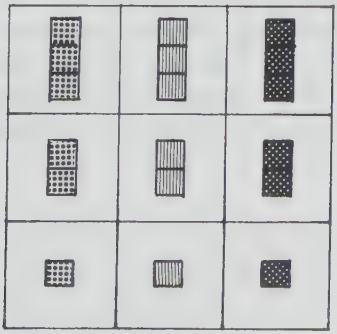


h) Eine vollständige 3x4-Anordnung wird umgekehrt. Eine vollständige 3x4-Anordnung wird zunächst von der Kindergärtnerin aufgebaut. Direkt daneben liegt das auf Karton aufgezeichnete 3x4-Muster. Die Kindergärtnerin fragt:"Wer kann daneben so ein Muster aufbauen, daß die Figur, die links unten im Feld liegt in der neuen Anordnung rechts oben liegt. Die Figur, die rechts oben in der Anordnung liegt, muß in dem neuen Muster links unten liegen."

4. Aufgabe: Kombination von Farben und Türmchen
Material: Dick-Röllchen; ein auf Karton aufgezeichnetes 3x3-Muster.

Aus den roten, den gelben und den blauen Dick-Röllchen wird aus jeder Farbe je ein Einer-, ein Zweier- und ein Dreier-Türmchen zusammengesteckt. Die 9 Türmchen liegen durcheinander auf dem Tisch. Frage: "Wer kann die Türmchen auf diesem Karton richtig anordnen?"

Wenn Schwierigkeiten auftauchen muß man wieder schrittweise vorgehen: Die Kindergärtnerin legt die 1. Reihe. Anschließend müßten die Kinder Bescheid wissen.



Anschließend können die gleichen Aufgaben wie bei Aufgabe 3 durchgeführt werden.

IV. Seriation

Lernziel: Gegenstände, die sich in einem Merkmal quantitativ unterscheiden, lassen sich in eine Ordnung bringen. Man kann eine aufsteigende oder absteigende Reihe bilden, wenn man aus einer Menge von Gegenständen zunächst das kleinste oder größte (längste oder kürzeste, hellste oder dunkelste, dickste oder dünnste usw.) Element auswählt und aus den verbleibenden wieder das kleinste oder das größte zu dem ersten stellt usw. bis alle Gegenstände geordnet sind.

1. Einfache Reihenbildung und Zuordnung einer 2. Reihe

1. Aufgabe: Sonntagsausflug mit der Familie

Material: Stöcke, Steine, Schachteln, Bauklötze usw. Das Material muß unmittelbar aufgrund von einfachen Abschätzungen einen Vergleich erlauben. Die einzelnen Gegenstände müssen sich unterscheiden.

a) Einige Bauklötze liegen ungeordnet auf dem Tisch. Sie sollen der Größe nach geordnet werden.
(Den Vergleich könnte man in folgende Geschichte einkleiden: Vater, Mutter und drei Kinder machen einen Sonntagsspaziergang. Vater meint, wir sollten uns alle der Größe nach aufstellen.)

b) 5 Steine von unterschiedlicher Größe werden den Bauklötzen zugeordnet.
(Fortsetzung der Geschichte: Wanderung/alle bekommen Hunger/gehen ins Cafe, bestellen Kuchen/Vater bekommt das größte Stück/ Mutter das zweitgrößte usw.)

c) 5 Schachteln werden der Größe nach geordnet. Anschließend den 5 Bauklötzen zugeordnet.
(Fortsetzung der Gesichte: Abends sind alle müde/gehen ins Bett/Vater bekommt das größte Bett (Schachtel)/Mutter das zweitgrößte usw.)

d) Umgekehrte Zuordnung: dem kleinsten Bauklotz wird die größte Schachtel zugeordnet.
(Fortsetzung der Geschichte: Vater macht einen Witz/Er sagt:"Heute schlafe ich in Peters Bett (Zuordnung größter Bauklotz - kleinste Schachtel) und Peter schläft in meinem Bett (kleinster Bauklotz - größte Schachtel.))

2. Aufgabe: Vergleich von Strohhalmen
Material: 6 Strohhalme; jeder ist 1 cm länger, als der vorhergehende.

Die Strohhalme liegen vermischt auf dem Tisch. Diese sollen der Länge nach geordnet werden. Dabei muß Wert auf die Einsicht der Kinder gelegt werden, daß man die Länge der Strohhalme nur vergleichen kann, wenn man eine gemeinsame Ausgangslinie (z. B. die Tischkante) hat.

Wenn Hilfen nötig sind, kann man fragen: "Welches ist der längste, welches ist der kleinste Strohhalm usw.? Wie kann man feststellen, welches der längste, zweitlängste Strohhalm ist?"

In einer folgenden Aufgabe kann man die Zahl der Strohhalme vergrößern (etwa bis 10) oder den Unterschied zwischen den Halmen verringern (etwa 0,5 cm).

3. Aufgabe: Kinder stellen sich auf

4 Kinder stellen sich der Größe nach auf. Dabei sollten die Unterschiede deutlich wahrnehmbar sein. Wenn sich die 4 Kinder aufgestellt haben, werden noch 2 Kinder in die Reihe eingeordnet.
Das gleiche kann mit Strohhalmen oder Stöckchen wiederholt werden. Dabei kann man die Zahl der Elemente vergrößern.

4. Aufgabe: Reihung von Schuhgrößen

Material: braunes Packpapier, Scheren

Schuhe verschiedenster Größen (z. B. von der Kindergärtnerin, den Eltern, großen und kleinen Kindern) werden auf Packpapier gestellt, und die Umrisse werden nachgezeichnet und anschliessend ausgeschnitten. Auf die ausgeschnittenen Schuhsohlen werden die Namen der Personen geschrieben. Anschließend werden die Sohlen am Anschlagbrett der Größe nach angeheftet.

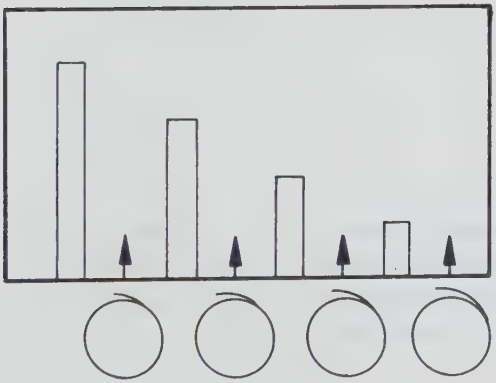
Die gleiche Aufgabe können die Kinder auch zu Hause durchführen, indem sie Schuhe von Vater, Mutter, Bruder, Schwester usw. nehmen.

5. Aufgabe:

Aus Katalogen kann man Figuren ausschneiden und der Größe nach anordnen und auf einen Bogen Papier kleben.

6. Aufgabe: Reihung von Papierstreifen
Material: 8 Papierstreifen von 10-24 cm Länge, 2 cm Unterschied; Büroklammern, Plakatkarton, Klebe.

Die Streifen von 22 cm, 18 cm, 14 cm und 10 cm Länge werden aufgerollt und mit Büroklammern festgeheftet. Die restlichen Streifen werden der Länge nach aufgeklebt.
Zwischen 2 Streifen muß aber immer Platz für einen weiteren übrig sein.



4 Kinder wählen sich je einen aufgerollten Streifen Papier, nehmen die Büroklammern fort und ordnen den Papierstreifen an die richtige Position.

7. Aufgabe: Einschachtelung zweier Reihen
Material: 4 Stöcke, 8 bis 12 cm Länge 1 cm Unterschied; 4 Strohhalme, 11 bis 15 cm Länge, 1 cm Unterschied.

Zunächst ordnen die Kinder die Stöcke und die Strohhalme getrennt der Länge nach an. Dann werden die Elemente jeder Reihe eingeschachtelt: zuerst den größten Strohhalm, dann den größten Stock, dann den zweitgrößten Strohhalm, dann den zweitgrößten Stock usw.

2. Seriationsaufgaben kombiniert mit Strukturierungsaufgaben im Zahlenraum 1 - 10

1. Aufgabe: Stufenspiel
Material: a) aus den Dick-Röllchen werden Türmchen von 1-10 Elementen hergestellt.
b) Ein Brettchen (18x21 cm) mit umgebendem Rahmen wird durch kleine Leisten (o,5 x 0,5 cm) in 10 lange, schmale Bahnen aufgeteilt. In diese Bahnen sollen die Türmchen gelegt werden.

Die Kindergärtnerin legt den Einer-Turm in die erste Bahn, den Zweier-Turm in die zweite und den Dreier-Turm in die dritte Bahn. Jetzt schiebt sie das Brettchen einem Kind zu und

fordert es auf, den nächsten Turm zu setzen, dann zu einem zweiten Kind, das den 5. Turm setzen soll usw. Die Kinder müssen den Aufbau einer Treppe (größer werden von einer Stufe zur nächsten) begriffen haben, um diese Aufgabe zu bewältigen.

Anschließend kann man eine absteigende Reihe bilden, in dem man zunächst mit dem längsten Turm beginnt und dann den zweitlängsten setzt usw.
Es ist grundsätzlich gleichgültig, ob die Kinder die Elemente der einzelnen Türmchen zählen oder Längenvergleiche anstellen. Bei diesem Material besteht der große Vorteil, daß nicht nur die Fähigkeit zum Aufbau einer Reihe geübt wird, sondern daß das Kind auch anschaulich erlebt, daß sich jedes Türmchen von dem vorhergehenden und dem nachfolgenden um ein Röllchen unterscheidet.

2. Aufgabe: Türmchen-Ergänzungs-Spiel
Material: Das Brettchen; 2x10 Türmchen

a) Vor den Kindern liegen die Brettchen und die Türmchen. Ohne viel Erklärung beginnt die Kindergärtnerin Türmchenkombinationen herzustellen. Z. B. ein Dreier-Türmchen und ein Siebener-Türmchen, ein Einer- und ein Neuner-Türmchen, ein Fünfer- und ein Fünfer-Türmchen, usw.
Die Kombinationen müssen jedesmal 10 als Summe ergeben. Die erste Kombination wird in die erste Bahn, die zweite Kombination in die zweite Bahn usw. gelegt.

Dann nimmt die Kindergärtnerin die Türmchenkombinationen wieder heraus, legt z. B. ein Achter-Türmchen in eine Bahn und schiebt einem Kind das Brettchen zu. Dieses muß jetzt das passende Türmchen dazulegen. Dann wird irgendein anderes Türmchen in die 2. Bahn gelegt, und ein anderes Kind sucht das passende dazugehörige Türmchen heraus. Durch den Rahmen des Brettchens ist festgelegt, daß nur jedesmal solche Kombinationen in die Bahnen hineinpassen, die als Summe 10 ergeben.

Auf diese Weise erfahren die Kinder sehr schnell, daß zu jedem Türmchen ein anderes paßt, das zusammen mit dem ersten ein Zehner-Türmchen ergibt. Bald bemerken sie auch, daß man drei Türmchen zu einem Zehner-Türmchen zusammensetzen kann. Wenn das Kind zum Beispiel erst ein Vierer-Türmchen gesetzt und dann aus Versehen ein Fünfer-Türmchen dazugenommen hat, so stellt es fest, daß die Reihe noch nicht vollständig voll ist. Es muß noch das Einer-Türmchen dazulegen, damit insgesamt ein Zehner-Türmchen entstehen kann.

b) Das Türmchen-Ergänzungs-Spiel als Gruppenspiel

Die Kindergärtnerin legt ein Türmchen in eine Bahn und gibt das Brettchen dem am nächsten sitzenden Kind. Dieses sucht den dazu passenden Turm und vervollständigt so die Reihe. Dann sucht dieses Kind irgendein anderes Türmchen, legt es in die 2. Bahn und gibt das Brett dem nächsten Kind. Dieses Kind sucht ebenfalls das passende dazugehörige Türmchen und setzt ein neues Türmchen usw. bis das Brettchen voll ist.

c) Erst das dritte Kind darf die Reihe vervollständigen. Die Kindergärtnerin legt ein Türmchen in die erste Bahn. Das erste Kind muß jetzt ein Türmchen dazulegen, das die Reihe noch nicht vollständig macht.
Erst das zweite Kind darf bis zum Zehner-Türmchen auffüllen. (z. B. Kindergärtnerin: Vierer-Türmchen; erstes Kind: Dreier-Türmchen; zweites Kind: Dreier-Türmchen).
Das dritte Kind darf jetzt ein neues Türmchen setzen, das von dem 4. und dem 5. bis zum Zehner-Türmchen vervollständigt wird.

3. Aufgabe: Wolkenkratzer-Spiel
Material: Brettchen und Türmchen

a) Wenn das Türmchen-Ergänzungsspiel beherrscht wird, kann man das Wolkenkratzer-Spiel durchführen. Die Kindergärtnerin legt in jede Bahn in zufälliger Reihenfolge je ein Türmchen. (Das Spiel wird Wolkenkratzer-Spiel genannt, weil die willkürlich nebeneinandergelegten Türmchen wie Hochhäuser aussehen.)
Das Kind muß dann die restlichen Türmchen an die richtigen Positionen legen.

b) Die Kindergärtnerin legt wieder in jede Bahn ein Türmchen und verteilt die restlichen Türmchen unter 9 Kindern. Die Kindergärtnerin (oder ein Kind) zeigt nun auf irgendein beliebiges Türmchen. Das Kind, das das dazugehörige Türmchen besitzt, muß sich nun melden und sein Türmchen an die richtige Stelle legen.

4. Aufgabe: Wiederholung des Stufenspiels
Material: Das Brettchen und die Türmchen

Das Stufen-Spiel wird wiederholt. Jetzt soll zwischen den aufeinanderfolgenden Türmchen aber nicht ein Unterschied von einer Einheit, sondern von zwei evtl. drei Einheiten bestehen.

Zwei Einheiten Unterschied : Zweier-, Vierer-, Sechser-, Achter-, Zehner-Türmchen;
daneben: Einer-, Dreier-, Fünfer-, Siebener-, Neuner-Türmchen.
Drei Einheiten Unterschied : Einer-, Vierer-, Siebener-, Zehner-Türmchen; Zweier, Fünfer-, Achter-Türmchen; Dreier-, Sechser-, Neuner-Türmchen.

Außerdem kann man eine sich kreuzende Treppe herstellen lassen: Das Einer-, das Dreier-, das Fünfer-, das Siebener-, das Neuner-Türmchen liegen in ihren richtigen Bahnen, das Zehner-Türmchen liegt in der zweiten Bahn das Achter-Türmchen in der 4. Bahn, das Sechser-Türmchen in der 6. Bahn usw.

V. Umschütten von Flüssigkeiten

Material: 2 gleiche Gläser; 1 hohes, schmales Glas; 1 niedriges breites Glas; 2 verschiedenfarbige Flüssigkeiten, (z. B. Wasser und Saft oder Tee)

1. Aufgabenstellung

In eines der beiden Gläser wird Wasser, in das andere wird Tee eingefüllt. In beiden Gläsern soll gleich viel Flüssigkeit enthalten sein (gleicher Flüssigkeitsstand).
Dann wird gefragt: "Ist in beiden Gläsern gleich viel zu trinken?" Wenn das Kind die Frage bejaht, soll es eine Vorhersage machen:"Wenn ich nun eines der Gläser umschütte in dieses hohe, schmale Glas, haben wir dann immer noch gleich viel zu trinken oder ist in dem einen oder dem anderen Glas mehr Flüssigkeit?"
Anschließend wird die Handlung des Umschüttens vorgenommen. Warten Sie bitte die Reaktionen der Kinder ab! Die einen werden sagen, es sei jetzt mehr Flüssigkeit in dem Glas enthalten, die anderen werden die Gleichheit erkennen. Verlangen sie für die Behauptung eine Begründung: "Warum ist noch immer in beiden Gläsern gleich viel zu trinken?" "Warum ist in dem einen Glas mehr und in dem anderen Glas weniger zu trinken?" Geben Sie bitte selbst noch keine Erklärungen ab. Stellen Sie nur die Frage: "Wer kann mir auf dem Glas einmal anzeigen, wie hoch die Flüssigkeit stehen wird, wenn ich sie zurückschütte?"
Anschließend wird das Zurückschütten durchgeführt.

Warten Sie wieder die Reaktionen und Begründungen der Kinder ab! Dann wird die Flüssigkeit in das niedrige breite Glas geschüttet. Hier wieder der gleiche Ablauf wie vorhin: Vorhersage-Umschütten-Frage und Begründung-Vorhersage-Zurückschütten.

2. Vorschlag für ein methodisches Vorgehen

Es werden sicherlich mehrere Kinder behaupten, daß die Flüssigkeit nach dem Umschütten nicht gleich geblieben ist. Dann kann man folgendermaßen verfahren:

a) Mehrere Gläser stehen auf dem Tisch. Die Gläser werden auf ihre Höhe und ihre Breite verglichen:
"Welches Glas ist das größte? Welches ist das kleinste?"
"Wer kann eine Reihe von dem kleinsten bis zum größten Glas herstellen?"
"Welches Glas ist das dickste?"
"Welches ist das dünnste?"
"Wer kann eine Reihe vom dicksten bis zum dünnsten Glas herstellen?"
Die Gläser sind aber nicht nur dick oder dünn, sondern gleichzeitig auch klein oder groß:
"Welches Glas ist klein und dünn, welches ist klein und dick und welches ist groß und dünn usw."

b) Übung des Umschüttens
Zunächst haben die Kinder nur 2 gleiche Gläser. In einem Glas ist Flüssigkeit enthalten. Das Kind schüttet die Flüssigkeit von einem Glas ins andere und stellt fest, daß der Flüssigkeitsstand gleich ist.
Anschließend wird die Flüssigkeit aus einem größeren in ein kleineres, aus einem dickeren in ein dünneres, aus einem großen dünnen in ein kleines dickes Glas usw. umgeschüttet.

Lebenslauf

Am 27. 3. 1941 wurde ich als Sohn des Schäfers Anton Kotthoff und seiner Ehefrau Anna, geb. Heinemann, in Dorlar, Kreis Meschede, geboren.

Von 1947 bis 1955 besuchte ich in Remblinghausen, Kreis Meschede, die Volksschule und anschließend eine einjährige Handelsschule in Meschede. 1956 wechselte ich zum Staatl. Aufbaugymnasium nach Schmallenberg, Kreis Meschede, an dem ich am 27. 2. 1962 die Reifeprüfung bestand.

Nach dem Abitur habe ich die Pädagogische Hochschule in Münster besucht und dort im März 1965 die Erste Prüfung für das Lehramt an Volksschulen abgelegt.

Im Sommersemester 1965 begann ich mit dem Studium der Psychologie an der Westfälischen Wilhelmsuniversität in Münster, an der ich im Mai 1968 die Diplom-Vorprüfung und am 30. 4. 1970 die Diplom-Hauptprüfung für Psychologen bestand.

Seit dem 1. 9. 1970 bin ich mit der Verwaltung einer Assistentenstelle an der Pädagogischen Hochschule in Münster beauftragt.